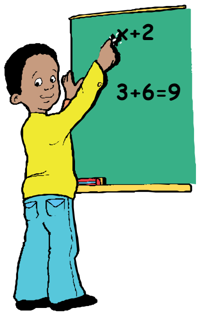
Núcleo Temático 1

NÚMEROS NATURALES



*En las primeras clases trabajaremos con los números naturales, que los simbolizamos con la letra **N**.*

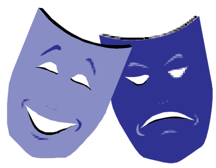
N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ... }

Los números 1, 2, 3, 4, ..., son los que desde la antigüedad se utilizaron para contar objetos. El número 0 recién aparece en la India en una inscripción del año 876 y es introducido por los árabes en Europa en el siglo XII.

En la escuela todos hemos trabajado con los números naturales, haciendo cuentas y resolviendo problemas.

Por ejemplo:

Ana, Marta, Susana y Laura fueron a comprar entradas para ir al teatro. Como Marta no llevó dinero, Ana puso $38, Susana $46 y Laura $28 para poder comprar las cuatro entradas.



- ¿Cuánto dinero debe devolver Marta a cada una de sus amigas?

El valor de las cuatro entradas es $38 + $46 + $28 = $112, entonces cada entrada cuesta $28 (112 : 4).

*Por lo tanto, como **Ana** puso $38, Marta **le tendrá que devolver $10** (38 – 28). **A Susana le devolverá $18** (46 – 28) y **a Laura**, que puso exactamente el valor de la entrada, **no le devolverá nada.***

Otro ejemplo:

Brenda y Fernanda fueron a la librería. Brenda compró cuatro marcadores y dos carpetas y Fernanda compró un cartucho de tinta.

- Brenda pagó por su compra $34. Cada carpeta cuesta $5 más que cada marcador.

¿Cuál es el precio de cada carpeta?

Como el precio de cada carpeta es igual al precio de un marcador más $5, si al dinero total que Brenda pagó le restamos lo que pagó de más por las dos carpetas, obtenemos el precio de seis marcadores.

*O sea, seis marcadores valen $24 (34 – 2.5), entonces el precio de un marcador es $4 (24 : 6). Entonces **cada carpeta cuesta** $4 + $5 = **$9.***

▶ El cartucho que compró Fernanda no le sirvió y volvió a cambiarlo. Agregó $5 y en su lugar llevó tres resmas de papel. El precio del cartucho supera al de cada resma en $25.
¿Cuánto pagó por cada resma?

Como el precio del cartucho es $25 más que el de la resma, al devolver el cartucho, Fernanda obtiene una resma más $25. Entonces al sumarle $5 obtiene el valor de dos resmas. O sea, dos resmas valen $30, por lo tanto ***una resma cuesta $15*** *(30:2).*

◈ *Para que lo intentes solo...*

1.

a) Néstor va al quiosco con 3 billetes de $2, 4 de $5 y 7 monedas de $1. Compra 4 chocolates de $2 cada uno, 5 latas de gaseosa a $3 cada una y un paquete de galletitas a $4. ¿Con cuánto dinero vuelve?

b) Julieta compró cinco entradas para el teatro. Pagó con un billete de $100 y dos de $20; le devolvieron un billete de $5 y uno de $10. ¿Cuánto costó cada entrada?

2. Pilar compró un ramo de margaritas. Del total de las flores tiró 5 pues estaban marchitas. De las restantes, puso la mitad en un florero y con las que le quedaron armó 3 ramitos de 4 flores cada uno y le sobraron 3. ¿Cuántas margaritas tenía el ramo que compró Pilar?

3. Un comerciante compró 8 docenas y media de copas a $3 cada una; 3 de las copas se rompieron y 6 que tenían una pequeña falla, las vendió a $4 cada una. ¿A cuánto habrá vendido cada una de las copas restantes si obtuvo una ganancia total de $369?



4.

a) Un grupo de amigos sale de compras, pues es la semana de las rebajas. Compraron remeras a $32 cada una, pantalones a $78 cada uno y zapatillas a $104 cada par. Pedro compró la misma cantidad de remeras que de pantalones. Completá la tabla teniendo en cuenta la información que se suministra.

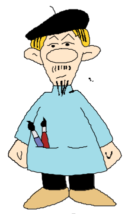
	Cantidad de artículos comprados			
Comprador	**Remeras**	**Pantalones**	**Pares de zapatillas**	**Gasto total**
Alexis	3	1	2	
Julia	4		1	$388
Pedro			1	$434

b) María compró zapatillas y remeras solamente. La cantidad de remeras que ella compró es el doble de la cantidad de pares de zapatillas y gastó menos de $600. ¿Cuánto dinero pudo haber gastado María? *Escribí todas las posibilidades.*

5. Emma compró un juego de sábanas y una toalla, pagó por todo $115. El juego de sábanas cuesta $27 más que la toalla. ¿Cuál es el precio del juego de sábanas?

6. Pedro gana $1350 por mes. Si gasta $13700 por año, ¿cuánto dinero tendrá ahorrado dentro de dos años?

7. Federico vendió 6 de sus cuadros más famosos. Cuando los puso a la venta deseaba obtener por cada uno la misma cantidad de dinero, pero la realidad superó sus expectativas, sólo 2 de los 6 cuadros los vendió al precio deseado, 3 los vendió al doble de lo esperado y al otro por $500 más. Si obtuvo en total $14000, ¿a cuánto vendió cada cuadro?



8. Tomás, Micaela y Lucas quieren comprar helado. Tomás va a comprarlo, Micaela le da $10 y Lucas $20. Tomás vuelve con el helado y le devuelve $2 a Lucas. Si cada uno de los tres pone la misma cantidad de dinero y Tomás sólo puso su parte,
   a) ¿cuánto dinero le tiene que dar Micaela a Lucas?
   b) ¿cuánto costó el helado?



PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES Y CÁLCULO MENTAL

▶ En el stand ***"TODO A $49",*** Fabiana, aprovechando las ofertas, compró 3 camisas y 2 polleras. ¿Cuánto gastó Fabiana?

En las camisas gastó 3 . 49 pesos y en las polleras 2 . 49 pesos, por lo tanto, en total gastó $245 (3 . 49 + 2 . 49 = 147 + 98 = 245).

Otra forma de resolver el problema podría ser pensar en la cantidad de prendas que compró por $49. O sea, (3 + 2) . 49 = 5 . 49 = 245, luego ***gastó $245****.*

Observemos que operando de distinta forma llegamos al mismo resultado,

$$(3 + 2) . 49 = 3 . 49 + 2 . 49.$$

Lo que hicimos fue ***distribuir*** *el 49. Esta propiedad se llama* ***propiedad distributiva****.*

Enunciemos algunas propiedades de las operaciones.

- Asociativa de la suma: (a + b) + c = a + (b + c)
- Asociativa de la multiplicación: (a . b). c = a .(b . c)
- Conmutativa de la suma: a + b = b + a
- Conmutativa de la multiplicación: a . b = b . a
- Distributiva de la multiplicación respecto de la suma: (a + b). c = a.c + b.c
- Distributiva de la multiplicación respecto de la resta: (a - b). c = a.c - b.c

A veces, utilizamos estas propiedades para generar ***estrategias*** *que nos ayuden a simplificar los cálculos.*

▶ *Para resolver una suma de varios sumandos se puede* ***conmutar*** *y* ***asociar*** *pares de ellos de un modo más conveniente, por ejemplo:*

20

7 + 14 + 3 + 5 + 6 + 5 + 11 +30 +9 = 10 + 20 + 10 + 20 + 30 = 90

10 10 20

▶ *De la misma manera podemos trabajar con la multiplicación.*

160

25 . 32 . 4 . 5 = 100 . 160 = 16000

100

▶ *Para calcular 102 . 65, podemos pensar a 102 como 100 + 2,*

luego,

102 . 65 = (100 + 2) . 65

102 . 65 = 100 . 65 + 2 . 65

102 . 65 = 6500 + 130 = 6630

▶ *Para calcular 5 . 49, podemos pensar a 49 como 50 – 1,*

entonces,

5 . 49 = 5 . (50 – 1)

5 . 49 = 5 . 50 – 5 . 1

5 . 49 = 250 – 5 = 245

Otra manera de calcular 5 . 49 es pensar al 5 como 10 : 2,

por lo tanto,

5 . 49 = 49 . 5 = 49 . 10 : 2 = 490 : 2 = 245

◈ ***Para que lo intentes solo...***

9. Utilizando estrategias similares a las vistas anteriormente, calculá:

a) 23 + 12 +17 + 9 +8 = **b)** 13 . 5 .3 . 2 =

c) 12 . 35 = **d)** 98 . 5 = **e)** 225 : 5 =

10. A partir de 2 . 14 = 28, hallá los resultados de los cálculos indicados.

a) 8 . 14 = **b)** 7 . 14 = **c)** 9 .14 = d) 12 . 14 =

11. Decidí , sin hacer cuentas, cuáles de los siguientes cálculos dan el mismo resultado que **2 . (113 + 62) – 45 : 5.** *Marcalos con una X.*

☐ 2 . (113 + 62 – 45) : 5 ☐ 2 . 113 + 2 . 62 – 45 : 5

☐ 2 . 113 + 62 – 15 ☐ 2 . (113 + 62 – 45 : 5) ☐ (113 + 62). 2 - 45 : 5

12. En cada caso, utilizá el cálculo conocido para hallar el valor del cálculo propuesto.

a) Como **3 . 20 = 60**, entonces 3 . 19 = ………………

b) Como **5 . 30 = 150**, entonces 5 . 31 = ………………..

c) Como **3 . 65 = 195**, entonces 6 . 65 = ………………..

d) Como **4 . 54 = 216**, entonces 2 . 54 = ………………..

El método que usaban los egipcios para multiplicar se basaba en la duplicación.

17 ………………	1
34 ………………	2
68 ………………	4
136 ………………	8
272 **………………**	***16***

Para multiplicar 17. 13, operaban de la siguiente manera:

Escribían dos columnas, una comenzando con uno de los factores, por ejemplo, el 17 y la otra con el 1.

El proceso consiste en ir duplicando el número de cada columna hasta que la que comenzó con 1 supere al segundo factor, o sea, el 13.

Buscamos ahora en la segunda columna los números que, sumados, den 13. En este caso: 8 , 4 y 1 (8 + 4 + 1 = 13). Sumando los números correspondientes de la primera columna (136, 68 y 17) obtenemos el resultado de la multiplicación: 136 + 68 + 17 = 221 = 17 . 13.

Observá que no es necesario escribir la última fila porque el doble de 8 es 16 y 16 es mayor que 13.

13. Realizá las siguientes cuentas, con el método que empleaban los **egipcios**.

a) 36 . 21 **b)** 387 . 17 **c)** 24 . 24

14. Diego dice que para multiplicar un número por 15, por ejemplo, 542 . 15, le agrega un cero a 542 y después suma la mitad de lo que le dio: 5420 + 2710 = 8130. Este método, ¿sirve para multiplicar cualquier número por 15? ¿Por qué?

15. En el teatro de la escuela hay 13 filas con 17 asientos cada una. Para calcular cuántos asientos hay, Mercedes, Humberto, Carla y Fernando escribieron los siguientes cálculos:

Mercedes: (10 + 3) . 17 = 10 . 17 + 3 . 17

Humberto: 13 . (10 + 7) = 13 . 10 + 13 . 7

Carla: 13 . (10 + 7) = 130 + 7

Fernando: 13 . (20 – 3) = 13 . 20 – 3

Sofía: (20 – 3) . 13 = 20 . 3 – 3 . 13

Algunos de los chicos se equivocaron en su cálculo, ¿quiénes?

16. Usá propiedades de las operaciones de manera tal que los cálculos siguientes se transformen en otros, fáciles de resolver mentalmente.

a) 498 . 18 = **b)** 76 . 21 = **c)** 12 . 25 . 3 =

17. A partir de los valores de la tabla

•	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
43	43	86	129	172	215	258	301	344	387	430

da los resultados de las multiplicaciones que aparecen a continuación:

a) 11 . 43 = **b)** 15 . 430 = **c)** 17 . 43 =

d) 29 . 43 = **e)** 34 . 43 =

ORDEN DE LAS OPERACIONES

Recordemos, siguiendo los ejemplos, en qué orden se realizan las operaciones:

▶ *13 – 5 + 3 =*

= 8 + 3 = 11

▶ *18 : 3 : 2 . 5 =*

= 6 : 2 . 5 =

= 3 . 5 = 15

Si al realizar un cálculo aparecen:
- sólo sumas y/o restas,
- sólo multiplicaciones y/o divisiones,

se efectúan las operaciones indicadas en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha.

▶ *3 . 2 + 8 : 2 – 2 =*

= 6 + 4 – 2 =

= 10 – 2 = 8

▶ *5 . (4 – 1) – (2 + 3) =*

= 5 . 3 – 5 =

= 15 – 5 = 10

Si al realizar un cálculo aparecen sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, potencias y/o raíces, se resuelven:

1°. las operaciones entre paréntesis,
2°. las potencias y/o las raíces,
3°. las multiplicaciones y/o divisiones,
4°. las sumas y/o restas.

▶ *$(6 . 5^2 : 2 – 3) : 2 =$*

= (6 . 25 : 2 – 3) : 2 =

= (150 : 2 – 3) : 2 =

= (75 – 3) : 2 =

= 72 : 2 = 36

Para que lo intentes solo...

18. Marcá con una X el resultado correcto.

a) 35 – 4 + 1 – 7 + 8 =

☐ 20 ☐ 17 ☐ 33 ☐ 31

b) 64 : 8 : 4 . 2 =

☐ 1 ☐ 4 ☐ 64 ☐ 32

c) 24 – 6 : 2 . 3 + 1 =

☐ 4 ☐ 16 ☐ 24 ☐ 12

d) 3 . 6 – 4 : 4 – 2 =

☐ 15 ☐ 3 ☐ 16 ☐ 7

19. Uní con una flecha cada expresión con su correspondiente resultado.

6 . 5 – 2 : 2 + 1 =	28
6 . (5 – 2) : (2 + 1) =	30
6 . 5 – (2 : 2 + 1) =	25
6 . (5 – 2 : 2) + 1 =	6

20. Pepita gastó en la librería $25. Después fue a una tienda y quiso comprar 3 metros de una tela que valía $9 el metro, pero le faltaban $6.

a) ¿Cuánto dinero tenía Pepita antes de entrar a la librería?
b) ¿Cuáles de las siguientes expresiones permite resolver el problema? *Marcalas con una X.*

☐ (25 + 9) . 3 – 6 ☐ 25 – (9 . 3 – 6)

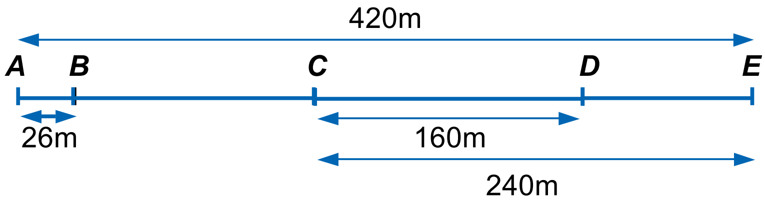
☐ 25 + 9 . 3 – 6 ☐ 25 + 9 : 3 – 6

21. Matías tenía 120 figuritas, la tercera parte eran repetidas y se las regala a su hermana. Luego fue al quiosco y compró 20 paquetes que contienen 5 figuritas cada uno, de las cuales 33 ya las tenía. Cuando fue a la escuela pudo cambiar 17.

a) ¿Cuántas figuritas no repetidas tiene ahora Matías?
b) ¿Cuál de las siguientes expresiones permite resolver el problema? *Marcala con una X.*

☐ 120 – (120 : 3 + 20 . 5) – 33 + 17
☐ 120 – 120 : 3 + 20 . 5 – 33 + 17
☐ 120 – 120 : 3 + 20 . (5 – 33) + 17
☐ 120 – 120 : 3 + 20 . 5 – (33 + 17)

22. Cinco amigos, Andrés, Blanca, Cecilia, Daniela y Eduardo, viven sobre la Av. Córdoba. El esquema muestra la ubicación de sus casas, utilizando la inicial del nombre de cada uno de sus dueños para identificarlas.



a) ¿Cuál es la distancia entre la casa de Daniela y la de Eduardo?

b) Con el siguiente cálculo: 420 – 26 – 240, ¿la distancia entre las casas de qué dos amigos podés calcular?

c)

i. ¿Cuál es la distancia entre la casa de Blanca y la de Daniela?

ii. Marcá con una X las expresiones que te permiten calcular la distancia entre la casa de Blanca y la de Daniela.

☐ 420 – 26 – 240 + 160 ☐ 420 – 26 + 240 – 160

☐ 420 – (26 + 240) + 160 ☐ 420 – 26 – (240 – 160)

d) ¿De cuál de sus amigos vive más cerca Cecilia?

23. Colocá, en cada caso, un paréntesis donde sea necesario para que dé el resultado indicado.

a) 6 . 2 + 6 : 2 + 1 = 25 **b)** 6 . 2 + 6 : 2 + 1 = 14

c) 6 . 2 + 6 : 2 + 1 = 31

24. Colocá los signos "+", "–", "." o ":" que correspondan, para que se cumplan las igualdades. *Puede haber más de una posibilidad.*

a) 3 .... 3 .... 3 .... 3 = 0 **b)** 3 .... 3 .... 3 .... 3 = 1

c) 3 .... 3 .... 3 .... 3 = 2 **d)** 3 .... 3 .... 3 .... 3 = 3

25. Completá el cuadro con los símbolos de las operaciones "+", "–", "." o ":" y con los números que faltan en los casilleros que corresponda, para que se cumplan las igualdades.

14	–		:	4	=	8
–						+
			:	1	=	6
:		+		.		–
2	+	4	.		=	
=		=		=		=
12	–	16		2	=	4

TRADUCCIÓN DE ENUNCIADOS

Muchas veces necesitamos traducir al lenguaje simbólico ciertas expresiones coloquiales, por ejemplo:

- El triple de 8 disminuido en la mitad de 14.

  3 . 8 – 14 / 2

- El triple de: 8 disminuido en la mitad de 14.

  3 . (8 – 14 : 2)

> Otras forma de escribir 14 : 2 puede ser 14/2 ó también $\frac{14}{2}$.

- El siguiente del doble de 5.

  2 . 5 + 1

- El doble del siguiente de 5.

  2 (5 + 1)

> Cuando en una multiplicación un número antecede o precede un paréntesis, el signo "." puede no escribirse, por ejemplo:
>
> 2 . (5 + 1) = 2 (5 + 1)

◈ *Para que lo intentes solo...*

26.

a) Uní con una flecha cada expresión coloquial con su correspondiente traducción simbólica.

El doble de 24 disminuido en la mitad de 6.	(24 – 2 . 6) : 2
La mitad de 24 disminuida en el doble de 6.	2 . 24 – 6 : 2
El doble de: 24 disminuido en la mitad de 6.	2 . (24 – 6 : 2)
La mitad de: 24 disminuido en el doble de 6.	24 : 2 – 2 . 6

b) Realizá los cálculos correspondientes.

27. En un frasco de dulces se colocan caramelos de chocolate, dulce de leche, frutilla, menta y naranja. Hay 15 caramelos de chocolate, el doble de los de chocolate disminuido en cinco son de dulce de leche, los de frutilla son la quinta parte de la suma de los de chocolate y los de dulce de leche. Los de menta son el doble de la diferencia entre los de chocolate y los de frutilla, y finalmente, los de naranja son la diferencia entre el doble de los de chocolate y los de frutilla.

a) Indicá en el casillero que corresponda, con **D**, **F**, **M** o **N** , la expresión que permite calcular la cantidad de caramelos de cada sabor.

☐ 2.(15 – 5)	☐ 2.15 – 5	☐ 15 + 25 : 5
☐ 2.15 – 8	☐ (15 + 25) : 5	☐ 2.(15 – 8)

b) ¿Cuántos caramelos hay en el frasco?

28.

a) ¿Cuáles de los siguientes cálculos da por resultado 42? *Marcalos con una X.*

☐ $2 . 5^2 – 2 . 4$ ☐ $(2 . 5)^2 – 2 . 4$ ☐ $2 . (5^2 – 4)$ ☐ $2 . 5^2 – 2^3$

b) Escribí como una única potencia:

i. $8 \, . \, 8 =$ **ii.** $7 \, . \, 7 \, . \, 7 \, . \, 7 \, . \, 7 \, . \, 7 =$

iii. $5^2 \, . \, 5 =$ **iv.** $10^2 \, . \, 10^2 =$

> $5^2 = 5 \, . \, 5$
> 5^2 se lee cinco al **cuadrado**.
>
> $5^3 = 5 \, . \, 5 \, . \, 5$
> 5^3 se lee cinco al **cubo**.
>
> $5^1 = 5$
> $5^0 = 1$

Uní con una flecha cada cálculo con el resultado correspondiente.

$2^4 \, . \, 2^2 =$	13
$2^5 : 2^3 =$	64
$3^2 \, . \, 2^3 =$	72
$3^3 : 3 + 2^2 =$	4

29. Completá la tabla.

a	b	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	$(a + b)^2$
2	3				
8	0				
4	6				

Observá que, en general, $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$, (sólo vale la igualdad si $a = 0$ ó $b = 0$).
*Es decir, la potenciación **no** es distributiva respecto de la suma.*

> Como $7^2 = 49$, se dice que la **raíz cuadrada** de 49 es 7
> y se escribe $\sqrt{49} = 7$.

30.

a) Completá:

i. $\sqrt{9} =$ ...... , porque ......$^2 = 9$

ii. $\sqrt{64} =$ ...... , porque ......$^2 = 64$

b) Calculá:

i. $\sqrt{36} + \sqrt{64} =$ **ii.** $\sqrt{36 + 64} =$ **iii.** $\sqrt{25} - \sqrt{9} =$

iv. $\sqrt{25 - 9} =$ **v.** $\sqrt{36} \, . \, \sqrt{4} =$ **vi.** $\sqrt{36 \, . \, 4} =$

31. Completá la tabla.

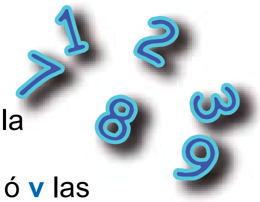
a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a + b}$
16	9				
49	0				
144	25				

Observá que, en general, $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (sólo vale la igualdad si $a = 0$ ó $b = 0$).
*Es decir, la radicación **no** es distributiva respecto de la suma.*

32.

a) ¿Cuánto es:

i. la mitad del anterior a 31, aumentada en el triple de 4?
ii. la mitad del anterior a: 31 aumentado en el triple de 4?
iii. el cuadrado de: el siguiente de 10 disminuido en la mitad de 4?
iv. el cuadrado del siguiente de 10, disminuido en la mitad de 4?
v. la raíz cuadrada de: el siguiente de10 disminuido en la mitad de 4?



b) Indicá, en los casilleros que corresponda, con **i**, **ii**, **iii**, **iv** ó **v** las expresiones que tienen por resultado los cálculos anteriores.

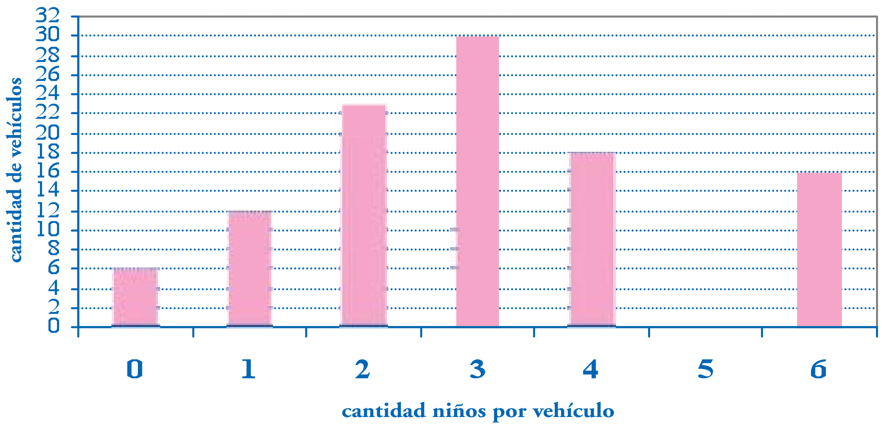
☐ $(10+1-4:2)^2$ ☐ $\dfrac{(10+1)^2-4}{2}$ ☐ $(31+3.4-1):2$ ☐ $\sqrt{10+1-4:2}$

☐ $(10+1)^2-4:2$ ☐ $(31+3.4):2-1$ ☐ $\dfrac{31+3.4-1}{2}$

☐ $(31-1):2+3.4$ ☐ $(10+1)^2-\dfrac{4}{2}$ ☐ $\left(\sqrt{10+1-4}\right):2$

INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS

En la entrada de un parque de diversiones se registró, durante un cierto tiempo, la cantidad de vehículos que ingresó y la cantidad de niños que en cada uno de ellos llegó al parque. El gráfico muestra el resultado de la observación.



De acuerdo con el gráfico:

▶ ¿Cuántos vehículos ingresaron?

Ingresaron 6 vehículos sin niños,
12 con 1 niño,
23 con 2 niños,
30 con 3 niños,
18 con 4 niños,
ninguno con 5 niños y
16 con 6 niños.

Por lo tanto, ***ingresaron 105 vehículos*** *(6 + 12 + 23 + 30 + 18 + 16).*

▶ ¿Cuántos vehículos llevaban **como mínimo** 4 niños?

*Los vehículos que llevaban como mínimo 4 niños son los que llevaban 4, 5 ó 6 niños, o sea, **34 vehículos** (18 + 16).*

▶ ¿Cuántos vehículos llevaban **a lo sumo** 2 niños?

*Si un vehículo lleva **a lo sumo** 2 niños significa que lleva **como máximo** 2 niños. Por lo tanto, puede llevar dos niños, un niño o ninguno.*

*Entonces son **41 vehículos** (6 + 12 + 23) los que llevan a lo sumo 2 niños.*

▶ En total ingresaron 566 personas, ¿cuántas de ellas eran adultas?

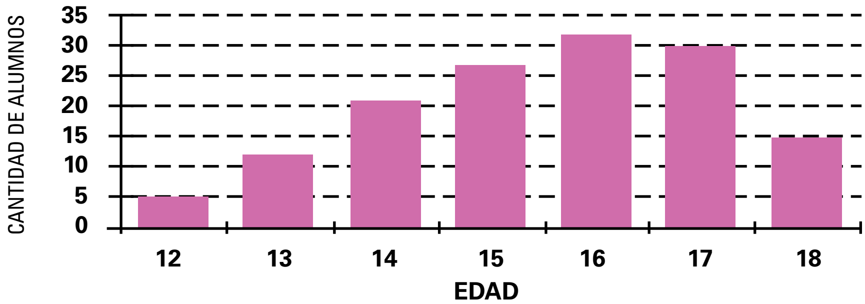
La cantidad de niños que ingresaron es

$$12 . 1 + 23 . 2 + 30 . 3 + 18. 4 + 0 . 5 + 16 . 6 = 316$$

*Luego, como ingresaron 566 personas, el **total de adultos es 250** (566 – 316).*

◈ *Para que lo intentes solo...*

33. Una agencia de turismo organiza un viaje de estudios a las Cataratas del Iguazú. El gráfico muestra la cantidad de alumnos que viajan, según su edad.



a) En la tabla faltan algunos datos, completala.

Edad	12	13	14	15	16	17	18	Total
Cantidad de alumnos		12	21		32			142

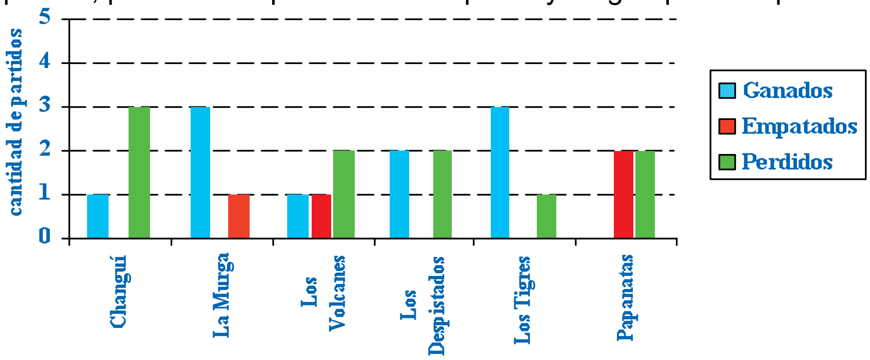
b) El costo por alumno es \$710. Por cada 10 alumnos que viajan la agencia no cobra un viaje. Si el descuento se reparte entre todos,

i. ¿cuánto deberá pagar cada alumno?

ii. ¿cuánto pagará en total el grupo de alumnos menores de 15 años?

iii. ¿cuánto el grupo que tiene por lo menos 14 años?

34. En el pueblo de Juan Pedro, se juega un campeonato de fútbol entre los 6 equipos locales. El gráfico muestra la cantidad de partidos ganados, empatados y perdidos hasta la penúltima fecha. Por partido ganado cada equipo obtiene 3 puntos, por cada empate obtiene 1 punto y ningún punto si pierde.



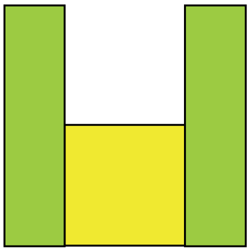
a) ¿Cuántos partidos jugó cada equipo?
b) ¿Cuántos partidos se jugaron hasta esta fecha?
c) Completá la tabla:

Equipos	Partidos Ganados	Partidos Empatados	Partidos Perdidos	Puntaje
Changüí				
La Murga				
Los Volcanes				
Los Despistados				
Los Tigres				
Papanatas				

d) En la última fecha juegan: Changüí vs. Papanatas, La Murga vs. Los Volcanes y Los Despistados vs. Los Tigres. Para que salga campeón Los Tigres, ¿cuáles son los posibles resultados?

PERÍMETRO Y ÁREA

La figura está formada por un cuadrado amarillo y dos rectángulos verdes congruentes. El perímetro del cuadrado es 32cm. La medida de uno de los lados del rectángulo es el doble de la del lado del cuadrado y el otro lado mide la mitad del lado del cuadrado.



▶ ¿Cuántos centímetros mide el perímetro de la figura?

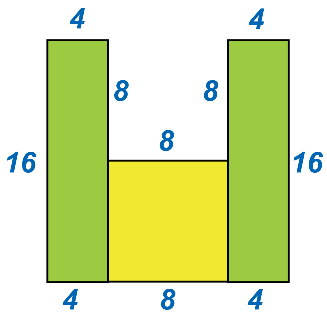
> El **perímetro** de una figura es la longitud de su contorno.

Primero calculamos la medida del lado del cuadrado que es 8cm (32:4 = 8). Luego, determinamos las medidas de los lados del rectángulo: el lado mayor mide el doble del lado del cuadrado, o sea, 16cm y el menor mide la mitad, 4cm.

Calcular el perímetro de una figura es calcular la longitud de su contorno, para hacerlo, sumamos las medidas de todos sus lados.

En este caso,

4 . 4 + 2 . 16 + 4 . 8 = 80.



Por lo tanto, el perímetro de la figura es ***80cm****.*

Otra posibilidad podría ser calcular el perímetro de los dos rectángulos, pues los dos lados del cuadrado que forman el contorno de la figura miden lo mismo que los dos lados que le debemos quitar a los dos rectángulos: 2.(2.4 +2.16) = 80.

▶ ¿Cuántos centímetros cuadrados mide el área de la figura?

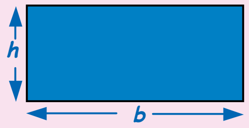
Para calcular el área de una figura, la dividimos en figuras de las cuales conocemos su área.

En este caso, la figura está formada por dos rectángulos y un cuadrado, por lo tanto, el área de la figura es la suma de las áreas de cada rectángulo (4.16 = 64) y la del cuadrado (8. 8 = 64).

*Luego, el área de la figura es **$192cm^2$** (2. 64 + 64).*

Recordá que:

área rectángulo = b . h

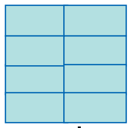


◈ *Para que lo intentes solo...*

35. Isabel quiere confeccionar tarjetas de cartulina de forma rectangular para su cumpleaños. Quiere que un lado de la tarjeta mida el triple del otro y que el lado mayor sea de 15cm.

a) ¿Cuántos centímetros mide el perímetro de la tarjeta?

b) Quiere confeccionar 18 tarjetas para invitar a sus amigos. ¿Cuántos cm^2 de cartulina necesitará para poder confeccionarlas?



36. El cuadrado está dividido en 8 rectángulos congruentes, cada uno de los cuales tiene 42cm de perímetro. ¿Cuál es el área del cuadrado?

37. Para cercar un terreno rectangular con 3 vueltas de alambre se usaron 180m Si el largo del terreno es el doble del ancho, ¿cuánto mide la superficie del terreno?

38. La figura está formada por un triángulo equilátero y un rectángulo. La base del rectángulo es el doble de la altura. ¿Cuál es el perímetro del triángulo si el perímetro de la figura es 350cm?

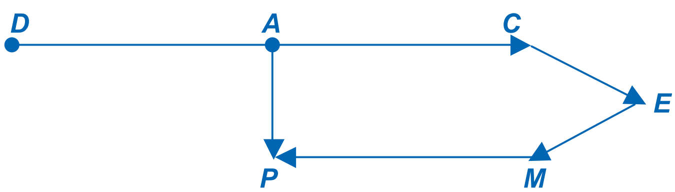


Un triángulo **equilátero** tiene sus tres lados congruentes.

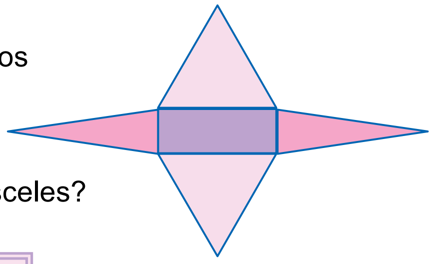
39. El esquema muestra la ubicación de las casas de Ana, Carlos, Esteban, Macarena, Pablo y Daniel.

- Ana vive a mitad de camino entre la casa de Carlos y Daniel.
- La distancia de la casa de Pablo a la de Macarena es el doble de la de ésta a la de Esteban.
- Las viviendas de Carlos, Esteban y Macarena están ubicadas en los vértices de un triángulo equilátero.
- Las viviendas de Ana, Carlos, Macarena y Pablo están ubicadas en los vértices de un rectángulo.

Para ir desde la casa de Ana a lo de Pablo hay dos caminos posibles según indican las flechas, el más largo es de 360m. ¿Cuánto mide el otro camino?

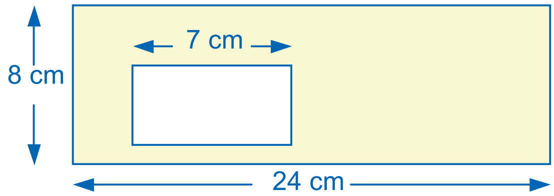


40. La figura está formada por un rectángulo, dos triángulos equiláteros y dos triángulos isósceles congruentes. El perímetro de cada triángulo equilátero es 12cm. El área del rectángulo es $8cm^2$. El perímetro de la figura es 36cm. ¿Cuál es el perímetro de cada triángulo isósceles?



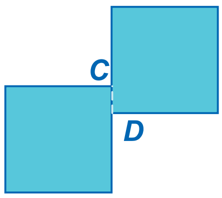
> Un triángulo **isósceles** tiene dos lados congruentes.

41. En el dibujo hay dos rectángulos. ¿Cuál es el área de la zona coloreada si su perímetro es 86cm?



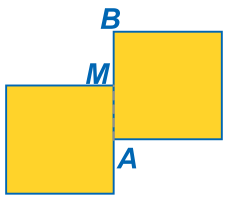
42.

a) La figura está formada por dos cuadrados congruentes. $|\overline{CD}|$ es la cuarta parte de la medida del lado de cada cuadrado. $|\overline{CD}| = 6cm$. ¿Cuánto mide el perímetro de la figura?



> Con $|\overline{CD}|$ representamos la **medida de la longitud del segmento**

b) La figura está formada por dos cuadrados congruentes. El perímetro de la figura es 42cm. ***M*** es el punto medio de $\overline{AB}$. ¿Cuál es área de la figura?



LAS LETRAS EN LA TRADUCCIÓN DE ENUNCIADOS

En la traducción de un enunciado que vale para cualquier número, o para un número que no conocemos, reemplazamos los números por letras. Por ejemplo:

> Si en un producto aparecen letras, puede no ponerse el signo "." .
>
> $3 . a = 3a$
>
> $a.b = ab$

- El triple de un número ***a***:

  $3a$

- El anterior del doble de ***b***:

  $2b - 1$

- Ramiro comió ***m*** manzanas y Juan comió 3. ¿Cuántas manzanas comieron entre los dos?

Una expresión que indica cuántas manzanas comieron entre los dos es $m + 3$.

▶ Mauro compra n chocolates a $5 cada uno. ¿Cuánto pesos gasta Mauro?

Una expresión que indica cuántos pesos gasta Mauro es $n5$.

◈ *Para que lo intentes solo...*

43. Uní con una flecha cada expresión con su correspondiente traducción.

El triple del siguiente de a.	$3a+1$
El siguiente del triple de a.	$a-1+2.7$
El anterior de a aumentado en el doble de 7.	$7-1-2a$
El anterior de 7 disminuido en el doble de a.	$2a+1-7$
El siguiente del doble de a disminuido en 7.	$3(a+1)$
El doble del anterior de a aumentado en 7.	$2(a-1)+7$

44. En cada caso, marcá con una X la o las expresiones que traducen el enunciado.

a) El doble de b menos la mitad de 8.

☐ $2b-\frac{8}{2}$ ☐ $b:2-2.8$ ☐ $2b-8:2$ ☐ $8:2-2b$

b) El cuádruple de n más el siguiente de su anterior.

☐ $4n+n-1-1$ ☐ $4n+n-1+1$ ☐ $4(n-1)+n+1$ ☐ $n:4+n-1+1$

45. Si $p=4$, ¿cuáles de las cuentas indicadas da por resultado 18?

Marcá con una X las opciones correctas.

☐ $3p + 8:2$ ☐ $3\ (p + 8) : 2$ ☐ $3\ (p + 8 : 2)$

☐ $3p : 2 + 4$ ☐ $3\ (p : 2 + 4)$

46. En cada caso, marcá con una X las opciones correctas.

a)

i. Josefina tiene $211, compra n alfajores a $3 cada uno. ¿Cuáles de las expresiones indica cuánto dinero le sobra?

☐ $211-n.3$ ☐ $3n-211$ ☐ $(211-n).3$

☐ $(211-3).n$ ☐ $211-3n$

ii. Si compra tres docenas de alfajores, ¿cuánto dinero le sobra a Josefina?

b)

i. Rosario destina a sus hijos Matías y Soledad, $$m$ y $12 respectivamente, para sus gastos diarios. A cada uno le da un adicional de $30 por sábado. ¿Cuáles de las expresiones indican lo que destina Rosario por semana para los gastos de sus hijos?

☐ $7(m+12)+60$ ☐ $7(m+12+60)$ ☐ $7m+7.12+60$

☐ $(m+12+30)7$ ☐ $7m+12+60$

ii. Si a Matías le da $2 menos que a Soledad, ¿cuánto destina Rosario por semana para los gastos de sus hijos?

c)

i. Juana compró en el *Mercado de las Flores* 10 docenas de claveles a $12 la docena y luego vendió a $$\boldsymbol{c}$ cada clavel. Si vendió todos los claveles, ¿cuáles son las expresiones que indican cuánto ganó con la venta de los claveles?

☐ $10.12 - 120\boldsymbol{c}$ ☐ $120.12 - 10\boldsymbol{c}$ ☐ $120\boldsymbol{c} - 10.12$

☐ $12\ (10\boldsymbol{c} - 12)$ ☐ $10\ (12\boldsymbol{c} - 12)$

ii. Si $\boldsymbol{c} = 2$, ¿cuánto ganó Juana con la venta de los claveles?

d)

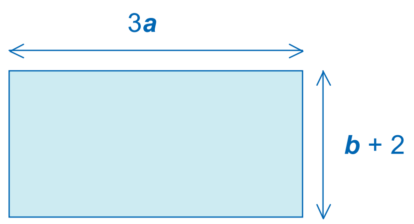
i. Martina, Damiana y Conrado juntan figuritas. Conrado tiene el triple de figuritas que Martina y Damiana la mitad de la cantidad que tiene Martina. Si Martina tiene $\boldsymbol{m}$ figuritas, ¿cuál es la expresión que indica la cantidad de figuritas que tienen entre los tres?

☐ $2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{m}$ ☐ $2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} : 3$

☐ $3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} : 2$ ☐ $\boldsymbol{m} : 2 + \boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} : 3$

ii. Si $\boldsymbol{m} = 90$, ¿cuántas figuritas tienen entre los tres? ¿Cuántas tiene cada uno?

47. Completá la tabla teniendo en cuenta el dibujo.

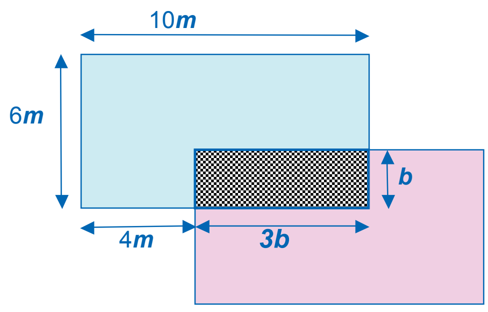


a	*b*	Área del rectángulo	Perímetro del rectángulo
2	4		
	1	27	
4		48	
	0		34

48. La figura está formada por dos rectángulos congruentes. Teniendo en cuenta los datos de la figura:

a) calculá el área del rectángulo gris.

b) calculá el área de la figura total.



DESIGUALDADES

Mariana tiene una bolsa con menos de 20 chupetines y reparte entre sus amigos 15.

▶ Si llamamos m a la cantidad de chupetines que le sobran a Mariana, algunas expresiones que traducen el enunciado son:

$$m + 15 < 20 \text{ ó } m + 15 \leq 19 .$$

▶ De los 15 que reparte, más de 8 son de frutilla. ¿Cuál puede ser la cantidad de chupetines de frutilla?

La cantidad de chupetines de frutilla puede ser:

9, 10, 11, 12, 13, 14 ó 15.

▶ Si llamamos f a la cantidad de chupetines de frutilla que reparte, ¿qué expresiones pueden indicar los posibles valores de f?

*Algunas expresiones que indican los posibles valores de **f** son:*

$$f > 8 \text{ y } f \leq 15,\ 8 < f \leq 15 \text{ ó } 9 \leq f \leq 15 .$$

◈ *Para que lo intentes solo...*

49. Armando, José y Pablo participaron en el concurso: ***"¿Quién come más hamburguesas?"***. Armando comió 16 hamburguesas y José 4 más que Armando. Pablo no superó la cantidad de hamburguesas que comió Armando y comió más que la mitad de las que comió José.

a) ¿Cuántas hamburguesas pudo haber comido Pablo?
Indicá todas las posibilidades.

b) Si llamamos h a la cantidad de hamburguesas que pudo haber comido Pablo, ¿cuáles de las siguientes expresiones indican los posibles valores de h?
Marcalas con una X.

☐ $10 \leq h \leq 16$ ☐ $11 \leq h < 17$ ☐ $10 < h \leq 16$

☐ $h \leq 17$ y $h > 10$ ☐ $h \leq 16$ y $h > 10$

c) Si entre los tres comieron a lo sumo 47 hamburguesas, ¿cuántas hamburguesas comió Pablo?

50. *En la expresión a .100 > 375,* donde a es un número natural de una cifra, ¿qué valores puede tomar a para que la expresión sea verdadera?

51. * Juan y Franco tienen, entre los dos, 78 figuritas. Juan tiene más de la mitad del total de las figuritas. Si F representa la cantidad de figuritas que tiene Franco, entonces:

☐ $F = 38$ ☐ $F > 38$ ☐ $F < 38$ ☐ $F \leq 38$

Marcá con una X la única expresión correcta.

" < " *significa* "**menor que**"

" > " *significa* "**mayor que**"

" ≤ " *significa* "**menor o igual que**"

" ≥ " *significa* "**mayor o igual que**"

52. Uní con una flecha cada expresión coloquial con su correspondiente traducción simbólica.

El doble de ***a*** es a lo sumo 20	$2a > 20$
El doble de ***a*** es 20.	$2a \geq 20$
El doble de ***a*** es por lo menos 20.	$2a \leq 20$
El doble de ***a*** supera a 20.	$2a < 20$
El doble de ***a*** es menor que 20.	$2a = 20$

53. En cada caso, ordená de menor a mayor los números naturales ***p***, ***q*** y ***r*** que cumplen:

a) $q = 2r$ y $p = r : 2$ y $r = 14$.

b) $25 > q$ y ***p*** es el siguiente de 25 y $r = 25$

54. Alicia tiene 15 años y ***b*** representa la edad que tiene Betina, traducí al lenguaje coloquial las siguientes expresiones.

a) $15 + b = 25$ **b)** $15 < b$ **c)** $b < 3.15$

d) $b - 15 = 5$ **e)** $15 + 5 = b$

55. Un vaso se llena con ***a*** gotas de agua y un segundo vaso, cuya capacidad es la mitad del anterior, se llena con 500 gotas de agua.
Completá con <, > o =.

a) ***a***......500 **b)** ***a***......2.500 **c)** ***a***......3.500

d) 2***a***......500 **e)** ***a*** : 2......500

56.

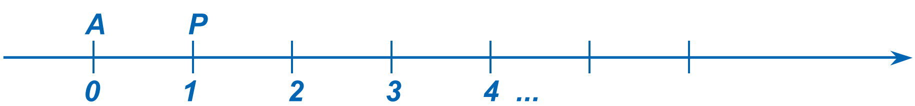
a) En cada caso, encontrá todos los números naturales ***a***, que cumplan:

i. $50 < a \leq 56$ **ii.** $20 \leq 4a < 32$ **iii.** $2 < a^2 + 1 \leq 37$

b) Escribí los números naturales ***b***, de tres cifras que verifiquen $2b \leq 210$.

REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS NATURALES

*Para representar los números naturales utilizamos una semirrecta, cuyo origen **A** representa el **0**; a la derecha de **A**, con el punto **P** representamos el **1**, marcando sucesivamente, siempre a la derecha, segmentos de igual longitud que* $\overline{AP}$*, representamos los números **2**, **3**, **4**, ...*



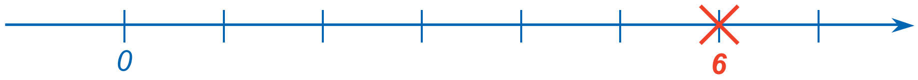
*El segmento **AP** es la **unidad** de medida.*

*Para marcar en la semirrecta los números que queremos representar, vamos a utilizar una **X** y escribir debajo de ella los números correspondientes.*

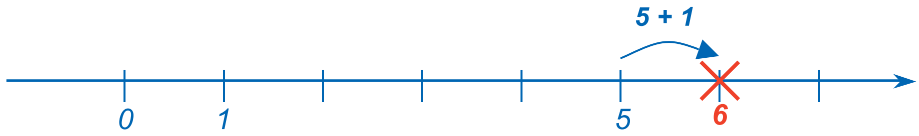
Veamos como representamos algunos números.

▶ El siguiente de cinco.

El siguiente de 5 es 6, entonces contamos 6 unidades a partir del 0 y marcamos directamente el 6:

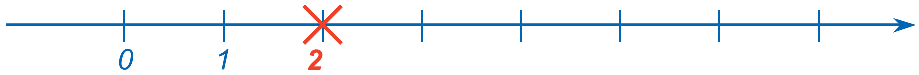


También podemos contar 5 unidades a partir del 0 y luego marcamos su siguiente, el 6:

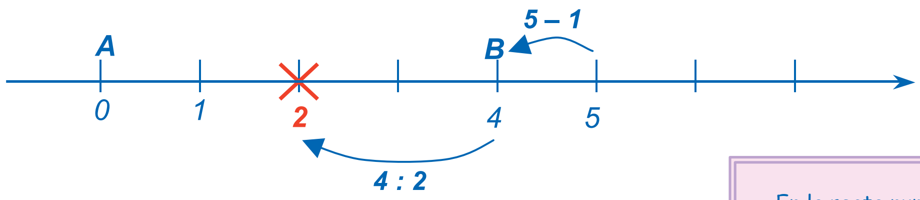


▶ La mitad del anterior a cinco.

El anterior a 5 es 4 y la mitad de 4 es 2, entonces contamos en la semirrecta 2 unidades a partir del 0 y luego marcamos el 2:



*Otra manera podría ser, contar 5 unidades a partir del 0, luego pararnos en su anterior, el 4, y finalmente marcar la X en la mitad del segmento **AB**. El número que marcamos es el 2:*

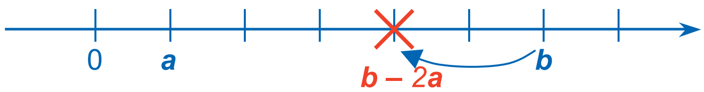


En la recta numérica no siempre es necesario representar números consecutivos.

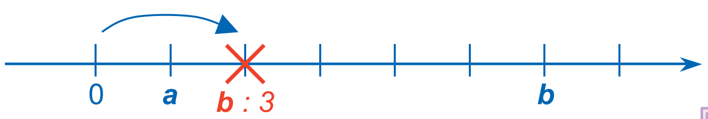
▶ Representemos los números **b** – 2***a*** y **b** : 3.



*En este caso no sabemos cuánto vale **a**, pero sabemos que cada segmentito mide **a**. Entonces, para representar **b** – 2**a**, nos paramos en **b** y retrocedemos 2 segmentitos.*



*Para representar **b** : 3, tenemos que dividir el segmento que va de 0 a **b** en tres partes iguales. Para ello, observemos que entre el 0 y **b** hay 6 segmentitos, entonces, a partir del 0, avanzamos 2 (6 : 3) segmentitos y llegamos a **b** : 3.*



Tampoco es necesario comenzar con el cero.

▶ ¿Qué número natural representa cada letra?



Aquí no tenemos el 0 para guiarnos, pero sabemos que entre 40 y 100 hay 60 unidades. Como entre 40 y 100 hay 3 segmentitos, entonces 3 segmentitos miden 60 unidades, por lo tanto, un segmentito mide 20 unidades.

Luego, $r = 40 - 20 = 20$

$s = 100 + 2 \cdot 20 = 140$

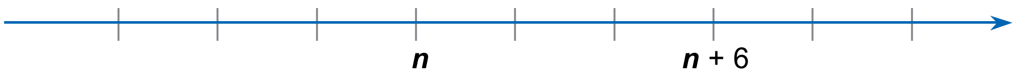
$t = 140 + 3 \cdot 20 = 200$

◈ *Para que lo intentes solo...*

57. Representá en la recta numérica todos los números naturales indicados.
Marcalos con una X y escribí los números correspondientes.
a) El número cuatro.
b) El siguiente a seis.
c) El anterior de la mitad de ocho.
d) La tercera parte del anterior a siete.

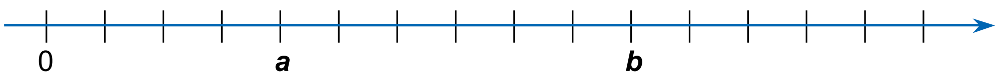


58. Representá el número $n - 4$.



59. Representá en la recta numérica los números c y d.
Marcalos con una X y escribí la letra correspondiente.

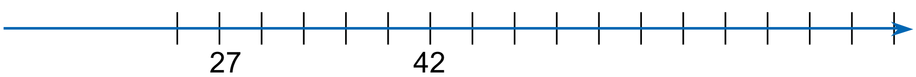
a) $c = 2a$ $d = b - a$



b) ¿Qué números representan las letras r y t ?



c) Representá el número 60 en la recta numérica.

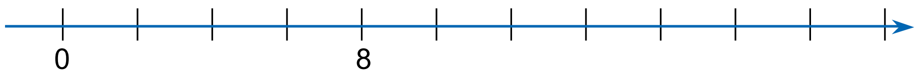


60.

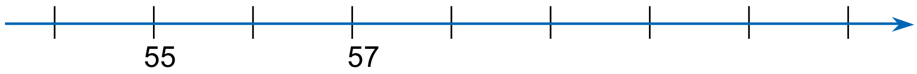
a) Representá, en la recta numérica, todos los números naturales a que cumplen lo que se indica en cada caso.

Marcalos con una X y escribí los números correspondientes.

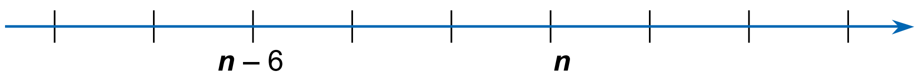
i. $10 \leq a < 14$



ii. $59 < a + 3 \leq 63$



b) Marcá con una X sobre la recta todos los números naturales p, que cumplen que $n - 2 < p \leq n + 4$



DIVISIÓN ENTERA

Victoria va a la sala de videos juegos. Cada uno de los juegos consume una cantidad de puntos. Los puntajes de algunos de los juegos son:

Bowling .... 22 puntos
Sapito .... 19 puntos

En su tarjeta tiene cargados 196 puntos.

▶ ¿Cuál es la máxima cantidad de veces que puede jugar al Sapito con los puntos que tiene cargados en su tarjeta? ¿Cuántos puntos le sobran?

*Al realizar la **división entera** entre 196 y 19,*

$$\begin{array}{r|l} 196 & 19 \\ \hline 6 & 10 \end{array}$$

*obtenemos **cociente** 10 y **resto** 6, esto significa que $196 = 19 \,.\, 10 + 6$.*

*Por lo tanto, **puede jugar, como máximo, 10 veces al Sapito y le sobran 6 puntos**.*

Efectuar la división entera de un número natural a por otro número natural b ($b \neq 0$), es encontrar los dos únicos números naturales c y r que cumplen:

$$a = b \,.\, c + r \quad \text{y} \quad 0 \leq r < b \,.$$

$$\begin{array}{rcr|lcl} \text{dividendo} & \longleftarrow & a & b & \longrightarrow & \text{divisor} \\ \cline{4-4} \text{resto} & \longleftarrow & r & c & \longrightarrow & \text{cociente} \end{array}$$

▶ Si Victoria juega 2 veces al Bowling, ¿cuántas veces puede jugar al Sapito como máximo? ¿Cuántos puntos le sobran?

*Al hacer la **división entera** entre 152 y 19 obtenemos **cociente** 8 y **resto** 0, por lo tanto, **Victoria puede jugar 8 veces al Sapito y no le sobra ningún punto**.*

Observemos que

*152 = 19 . 8 + 0 = 19 . 8, entonces 152 es **divisible** por 19.*

> Si al hacer la división entera entre dos números naturales ***a*** y ***b*** (***b*** ≠ 0),
> el **resto** es **0**, o sea,
> ***a*** = ***b*** . ***c***,
> se dice que ***a*** es **divisible** por ***b***.
> o también que: ***b*** es un **divisor** de ***a***,
> ***b*** **divide** a ***a***,
> ***b*** es un **factor** de ***a***,
> ***a*** es **múltiplo** de ***b***.

> El 1 es divisor de todos los números naturales y múltiplo sólo del 1.

> El 0 es múltiplo de todos los números naturales y divisor de ninguno.

▶ Finalmente, Victoria decide agregar más puntos a su tarjeta llegando a 222 puntos. Juega 3 veces al Bowling y 6 veces al Sapito. El resto del puntaje lo destina al juego La calesita, y no le sobra ningún punto. ¿Cuáles son los posibles puntos que consume un juego de La calesita?

Para calcular los puntos que Victoria destina para jugar a La calesita, restamos a 222 el puntaje de 3 juegos de Bowling y 6 de Sapito:

222 – 3 . 22 – 6 . 19 = 222 – 66 – 114= 42

*Como no sobra ningún punto, los posibles puntajes que se requiere para jugar una vez a La calesita son los **divisores de 42**.*

Una forma de encontrar todos los divisores de un número natural es buscándolos en forma ordenada, de menor a mayor, comenzando por el 1 (que siempre lo va a ser).

$$\begin{array}{r|l} 42 & 1 \\ \hline 0 & 42 \end{array}$$ *entonces 42 = 1 . 42, luego 1 y 42 son divisores de 42.*

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ \hline 0 & 21 \end{array}$$ *entonces 42 = 2 . 21, luego 2 y 21 son divisores de 42.*

$$\begin{array}{r|l} 42 & 3 \\ \hline 0 & 14 \end{array}$$ *entonces 42 = 3 . 14, luego 3 y 14 son divisores de 42.*

$$\begin{array}{r|l} 42 & 4 \\ \hline 2 & 10 \end{array}$$ *como el resto no es 0, entonces 4 **no** es divisor de 42.*

$$\begin{array}{r|l} 42 & 5 \\ \hline 2 & 8 \end{array}$$ *como el resto no es 0, entonces 5 **no** es divisor de 42.*

$$\begin{array}{r|l} 42 & 6 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$$ *entonces 42 = 6 . 7, luego 6 y 7 divisor de 42.*

El próximo divisor será el 7, que ya lo tenemos, por lo tanto, todos los divisor de 42 son: 1, 42, 2, 21, 3, 14, 6 y 7.

◈ *Para que lo intentes solo...*

61. Los leñadores de un pueblo cortaron 25 troncos. Para trasladar todos los troncos a otro lugar usaron carros.



a) Si cada carro transporta 5 troncos, ¿cuántos carros necesitaron?
b) Si pudieran cargar un tronco más en cada carro, ¿habrían usado menos carros?

62. Juan debe transportar 87 botellas de agua mineral en cajones con capacidad para 6 botellas.
a) ¿Cuántos cajones como mínimo necesita?
b) Si tuviera que transportar el doble de botellas, ¿cuántos cajones necesitaría?

63. Un comerciante embolsa 2351 caramelos.
a) ¿Cuántas bolsas con 100 caramelos cada una podrá llenar?
b) Los caramelos que sobran los guarda en bolsitas con no más de media docena cada una. ¿Cuántas bolsitas cómo mínimo utiliza?

64.
a) Completá las siguientes divisiones enteras:

Dividendo	Divisor	Resto	Cociente
38	7	.....	....
7	38	.....	....
....	6	4	12

b) ¿Cuáles son los posibles valores de ***n*** en la siguiente división?

Dividendo	Divisor	Resto	Cociente
n	3	***r***	6

> *Recordá que:*
> *el resto en una división siempre es menor que el divisor.*

65. En una división por 7, el dividendo supera al resto en 21, y el divisor es el siguiente del resto. ¿Cuáles son el dividendo, el cociente y el resto?

66.
a) Pancho dividió un número por 4 y le dio como cociente 25, pero no recuerda cuál era el resto. ¿Qué número pudo haber dividido Pancho? *Escribí todas las posibilidades.*
b) Teo dividió un número por 7 y obtuvo resto 4. ¿Cuál es el menor número que hay que sumarle al dividendo para que sea múltiplo de 7?

67. Sabiendo que 27. 16 = 432, calculá, sin hacer la división, el resto de dividir:
a) 435 por 16.
b) 450 por 16.

68. Escribí todos los divisores de los siguientes números.
a) 33 **b)** 70 **c)** 2 .3 . 5 **d)** $2 . 3^2 . 5$

69. En una división por 17, el resto es el triple del cociente. Hallá el menor valor posible del dividendo si se sabe que es un número múltiplo de 3.

70. Se quiere repartir 225 tazas en cajas, de modo que haya el mismo número en cada caja. ¿De cuántas formas es posible hacerlo si no puede haber más de 20 tazas por caja ni menos de 5?



71. Encontrá el menor número múltiplo de 5 que al dividirlo por 11 da resto 1.

72. Decidí, si ***a***. 28. 35 + 1 es múltiplo de 5, siendo ***a*** un número natural.

73. Decidí en cada caso si es verdadero o falso. *Justificá tu respuesta.*

a) Como $\begin{array}{r|l} 23 & \underline{\;5\;} \\ 3 & 4 \end{array}$, 23 es múltiplo de 5.

b) Como $\begin{array}{r|l} 105 & \underline{\;7\;} \\ 0 & 15 \end{array}$, 7 y 15 son divisores de 105.

c) Como $\begin{array}{r|l} 9 & \underline{\;2\;} \\ 0 & 4{,}5 \end{array}$, 2 y 4,5 son divisores de 9.

74. Si sabemos que 18 es divisor de un número ***n***, ¿qué otros divisores de ***n*** conocemos?

75. Patricio dice que 73 dividido un número ***n*** le da cociente 7 y resto 10. Mariela dice que no puede ser. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

76.
a) Se sabe que 36 es divisible por 4. ¿Se puede saber sin hacer la cuenta si el triple de 36 será divisible por 4?
b) ¿Será cierto que multiplicando 36 por cualquier número, se obtiene un número divisible por 4?
c) ¿Será cierto que la suma de dos múltiplos de 4 es, también, múltiplo de 4?

77. Hallá un número natural ***a*,** si sabemos que al dividir 43 por ***a*** da resto 7 y al dividir 56 por ***a*** da resto 2. ¿Cuántas posibilidades hay?

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

▶ ¿72536 es par o impar? ¿Por qué?

> Un número es **par** si es **múltiplo de 2**.
>
> Un número es **impar** si **no** es **múltiplo de 2**.

Una forma de averiguarlo es dividir 72536 por 2 y fijarnos si el resto es 0... Un método un poco largo, si no podemos usar calculadora,¿no?

Más rápido es mirar si la última cifra es par, en este caso es 6, por lo tanto, 72536 es par.

Lo que hemos hecho es usar un criterio de divisibilidad. Estos criterios nos permiten saber si un número es divisible por otro sin hacer la división.

Recordemos algunos de ellos.

Un número natural es	únicamente	Por ejemplo:
divisible por **2**	si termina en 0, 2, 4, 6 u 8.	184 es divisible por 2 pues termina en 4.
divisible por **3**	si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.	1284 es divisible por 3 pues 1 + 2 + 8 + 4 = 15 y 15 es múltiplo de 3. (15 = 5 . 3)
divisible por **4**	si el número formado por sus dos últimas cifras es múltiplo de 4.	7548 es divisible por 4 pues 48 es múltiplo de 4. 5000 es divisible por 4 pues 0 es múltiplo de 4.
divisible por **5**	si termina en 0 ó 5.	12025 es divisible por 5 pues termina en 5.
divisible por **9**	si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.	27018 es divisible por 9 pues 2 + 7 + 0 + 1 + 8 = 18, que es múltiplo de 9. 6275 no es divisible por 9 pues 6 + 2 + 7 + 5 = 20, que no es múltiplo de 9.
divisible por **10**	si termina en 0	38570 es divisible por 10 pues termina en 0.
divisible por **11**	si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar impar y la suma de las cifras que ocupan lugar par es múltiplo de 11.	90827 es múltiplo de 11 pues 9 + 8 + 7 – (0 + 2) = 22 que es múltiplo de 11. 2002 es múltiplo de 11 pues 2 + 0 – (0 + 2) = 0 que es múltiplo de 11.

◈ ***Para que lo intentes solo...***

78. Marcá con una X donde corresponda.

	es múltiplo de							
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**9**	**10**	**11**
222								
2222								
216								
156								
165								
1221								
2112								
9130								

79. En cada caso, encontrá todos los posibles valores de ***a*** y ***b*** para que el número de cinco cifras ***a***465***b*** sea divisible por:

a) 5 y 9. **b)** 4 y 11.

80. Sin hacer la división, escribí:

a) el mayor múltiplo de 9 menor que 73860.
b) el menor múltiplo de 11 mayor que 93814.
c) el menor múltiplo de 4 que no sea múltiplo de 3 y sea mayor que 8722.

81. * Al sumar los números de tres cifras 6**c**3 y 2**d**5, el resultado es un número divisible por 9.

a) ¿Cuál es el menor valor posible de **c**+**d**?
b) ¿Cuál es el mayor valor posible de **c**+**d**?

82. Sin hacer la división respondé: ¿Cuál es el resto de dividir 6237

a) por 10? **b)** por 5?
c) por 4? **d)** por 3?

NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Carolina y Agustín inventaron un juego de cartas. Hay dos colores de cartas: rojas y verdes. Las rojas tienen números y las verdes instrucciones. El juego consiste en colocar sobre la mesa cuatro cartas rojas, sacar del mazo verde una carta y cumplir con la instrucción indicada. Si el jugador puede cumplirla, se lleva la carta roja y se le otorga un punto. Si no puede, pierde el turno y el otro jugador saca otra carta verde y se repite la secuencia sucesivamente hasta agotar las cartas de la mesa.

Las cuatro cartas rojas con las que se comienza el juego son:

1 **5** **12** **0**

▶ Es el turno de Carolina, que saca esta tarjeta verde:

Elegí un número primo.

¿Qué carta roja puede elegir Carolina?

> Un número natural es **primo** si tiene **exactamente dos divisores**.

Busquemos los divisores de todos los números que figuran en las cartas rojas.

1: *1*

5: *1, 5*

12: *1, 2, 3, 4, 6, 12*

0: *todos los números naturales, salvo el 0.* ¿Por qué?

Pues 0 dividido cualquier número, distinto de 0, da cociente 0 y resto 0.

$$\begin{array}{l|l} 0 & a \\ \hline 0 & 0 \end{array} \qquad a \neq 0$$

*Luego, el único que tiene **sólo dos divisores** es el **5**.*
Carolina elige la carta con el número 5 y gana un punto.

▶ Es el turno de Agustín, que saca esta otra tarjeta verde:

Elegí un número compuesto y escribilo como producto de sus factores primos.

¿Qué carta roja puede elegir Agustín?

Un número natural distinto de 0 es **compuesto** si tiene **más de dos divisores**.

El único número distinto de 0, con más de 2 divisores, es el 12.

Una forma de hallar los factores primos de un número es dividirlo por el menor número primo que sea divisor de él y, luego, hacer lo mismo con el cociente, y así sucesivamente hasta llegar al 1, que no tiene divisores primos.

En nuestro caso, el menor número primo divisor del 12 es el 2 (12 : 2 = 6), luego, hacemos lo mismo con su cociente, el 6. Nuevamente el menor divisor primo es el 2 (6 : 2 = 3), quedando 3 como nuevo cociente, cuyo menor divisor primo es el 3 (3 : 3 = 1). Ya llegamos al 1 que no tiene divisores primos. Nos queda entonces:

12	2
6	2
3	3
1	

$$\mathbf{12} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = \mathbf{2^2 \cdot 3}$$

Agustín hace esta descomposición y también gana un punto.

Todo número **compuesto** puede escribirse como **producto** de factores **primos** y estos factores son **únicos**.

Los números 0 y 1 no son primos ni compuestos.

◈ *Para que resuelvas solo…*

83.

a) Juega nuevamente Carolina y la carta verde que le toca es la siguiente:

Elegí el número con mayor cantidad de divisores.

¿Qué carta debe elegir Carolina?

b) Para Agustín queda sólo una carta. Si Carolina eligió correctamente,

i. ¿qué carta queda sobre la mesa?

ii. ¿Qué instrucciones podría tener la tarjeta verde que le toque a Agustín para no perder el punto?

84. Escribí cada número como producto de sus factores primos.

a) 108 = **b)** 408 = **c)** 504 =

85. Sólo uno de estos números es primo. Sin dividir, averiguá cuál es. *Marcalo con una X.*

☐ 432 ☐ 6741 ☐ 4325 ☐ 211 ☐ 4037

86. ¿Cuál es

a) el número de 4 cifras que tiene como único divisor primo al 5?
b) el número de 3 cifras que tiene como único divisor primo al 3 y que al dividirlo por 5 tiene resto 4?
c) el mayor número de 3 cifras que tiene sólo dos divisores primos y es múltiplo de 35?

87.

a) Encontrá dos números primos cuya suma también sea un número primo. ¿Son los únicos? ¿Por qué?
b) Encontrá dos números naturales consecutivos que además sean primos. ¿Son los únicos? ¿Por qué?
c) Encontrá el menor número de 4 cifras que tenga como único divisor primo al 3.

88. Si ***n*** = 391 . 19, entonces el menor divisor primo de ***n*** es ....

89. Un número de tres cifras iguales no puede ser primo. ¿Por qué?

90. Escribí un número que tenga solamente:

a) un divisor.
b) dos divisores.
c) tres divisores.
d) cuatro divisores.

91.

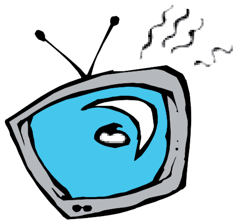
a) Encontrá el menor número natural ***a***, que sea mayor que 20 y que ,además, cumpla que el número 3 (***a*** + 2):

i. sea múltiplo de 5. **ii.** sea múltiplo de 3.

b) Encontrá un posible valor de ***b*** para que al hacer 5 (***b*** + 2) + 3 dividido 5, el resto sea 3. ¿Cuántas posibilidades hay?

c) ¿Cuáles son todos los posibles valores, ente 30 y 45, de un número ***c*** para que 4 (***c*** + 3) + ***c*** sea múltiplo de 4?

MÁS PROBLEMAS…



92. Guillermo, el encargado de compras de **“*TODOTEVE*“**, adquiere un lote de 300 DVD por $60000. El técnico, al revisarlos, encontró que 20 no funcionaban, por lo cual no pudieron ser vendidos pesar de que se habían pagado. El precio de venta de cada equipo fue de $350, pero como al cabo de dos meses todavía quedaban 25 DVD sin vender, Guillermo vende estos últimos a precio de costo. ¿Cuáles de las siguientes expresiones permiten calcular la ganancia obtenida por el lote? *Marcalas con una X.*

☐ 350 . (300 – 25 – 20) + 200 . 25 – 60000 ☐ 350 . 255 + 200 . 25 – 60000

☐ 350 . 255 + 200 . 25 + 60000 ☐ 150 . 255 + 200 . 25 + 60000

93. Cuatro chicos, Pedro, Carla, Matías y Justina rinden un examen de Inglés. El examen consta de una prueba escrita y un coloquio. Para aprobar el examen, la suma de las notas del escrito y del coloquio debe ser mayor o igual que 60.

La cantidad de puntos que saca cada uno de ellos en el escrito es la siguiente:

Pedro: el cuádruple del siguiente de 10, disminuido en 3.

Carla: el siguiente del cuádruple de: 10 disminuido en 3.

Matías: el anterior del cuadrado de 4, aumentado en 3.

Justina: el cuadrado del anterior de: 4 aumentado en 3.

a) ¿Cuántos puntos obtuvo cada uno de los chicos en la prueba escrita?
b) Indicá en el casillero, con la inicial de cada uno de los compañeros, la expresión que se corresponde con cada uno de sus puntajes obtenidos en la prueba escrita.

☐ $4 \cdot (10 - 3) + 1$ ☐ $4 \cdot (10 - 3 + 1)$ ☐ $4 \cdot (10 + 1) - 3$

☐ $4^2 - 1 + 3$ ☐ $(4 + 3 - 1)^2$ ☐ $(4 + 3)^2 - 1$

c) Las notas que sacaron los chicos en los coloquios son números consecutivos y suman 158. El puntaje de Matías fue superior al de Carla. Completá la tabla e indicá quién aprobó el examen de Inglés.

Alumnos	Nota del escrito	Nota del coloquio	Puntaje total
Pedro		**41**	
Carla			
Matías			
Justina		**40**	

94. Colocá <, > o = según corresponda, sin resolver las cuentas. Explicá cómo pensaste en cada caso.
a) 42 . (21 – 5) .... 42 . 21 + 42 . 5
b) 150 . (13 + 10) .... 150 .10 + 150 . 13
c) 25 . 5 + 5 . 12 .... (25 + 12) . 4
d) 12 . 8 – 12 . 3 .... 12 . 4 + 12 . 1

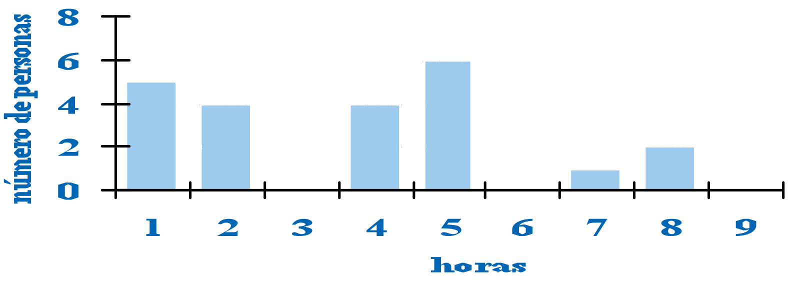
95. A Pablo y Oscar les regalaron el mismo libro. Ambos tardaron en leerlo tres días. El primer día Pablo leyó el doble de páginas que Oscar y entre los dos leyeron 90 páginas. Oscar leyó cada día veinte páginas más que el día anterior. Si el tercer día Pablo leyó 56 páginas, ¿cuántas páginas leyó el segundo día?

96. En un tablero hay cinco filas de lamparitas. En la última fila se prenden el doble de lamparitas que en la primera y entre dos filas consecutivas la diferencia de lamparitas prendidas es dos. ¿Cuántas lamparitas encendidas hay en el tablero?

97. Indicá si es V o F cada una de las siguientes afirmaciones. Justificá tu respuesta.
a) El doble de 24 es igual al doble de 20 más el doble de 4.
b) El doble de 24 es igual al doble de 20 más 4.
c) El doble de 24 es igual al doble de 25 menos el doble de 1.
d) La mitad de 38 es igual a la mitad de 30 más la mitad de 8.
e) La mitad de 74 es igual a la mitad de 70 más 4.
f) La mitad de 96 es igual a la mitad de 100 menos la mitad de 4.

98. * El gráfico muestra los resultados de una encuesta acerca de la cantidad de horas que un grupo de estudiantes vio televisión, durante un cierto período. De acuerdo con el gráfico:

a) ¿cuántas personas fueron encuestadas?
b) ¿cuántas personas vieron televisión durante, **por lo menos**, 4 horas?
c) ¿cuántas personas, de las encuestadas, vieron **más** de 2 horas, pero **menos** de 6?



99. Si $p = 3$ y $q = 10$, calculá:

a) $p + 2 =$
b) $2\,(p + q) =$
c) $2\,p + q^2 =$
d) $2\,p + q : 5 =$

100. María compra plantas en un vivero aprovechando la oferta del día: *"Cada dos plantas que lleva le descontamos $2"*. María lleva 7 plantas que cuestan $$\boldsymbol{p}$ cada una.

a) Marcá con una X la expresión que indican cuánto gastó María.

☐ $7p - 2$ ☐ $7p - 6$ ☐ $7p - 7$ ☐ $7p + 6$

b) Si el descuento que tuvo fue el valor de una planta, ¿cuánto gastó María?

101. Florencia comenzó a coleccionar estampillas. Tiene más de 5 estampillas y no supera las 12.

a) ¿Cuántas estampillas puede tener Florencia? *Indicá todas las posibilidades.*
b) Si llamamos ***f*** a la cantidad de estampillas que tiene Florencia, ¿cuáles de las siguientes expresiones traducen el enunciado? *Marcalas con una X.*

☐ $f > 5$ y $f \leq 12$ ☐ $5 \leq f < 12$

☐ $5 < f \leq 12$ ☐ $6 \leq f \leq 12$

c) Si Victoria tiene el doble de estampillas que Florencia y ***v*** representa la cantidad de estampillas que tiene Victoria y ***f***, la cantidad que tiene Florencia,

i. ¿cuáles de las siguientes expresiones representan la relación que hay entre la
cantidad de estampillas que tienen Florencia y Victoria? *Marcalas con una X.*

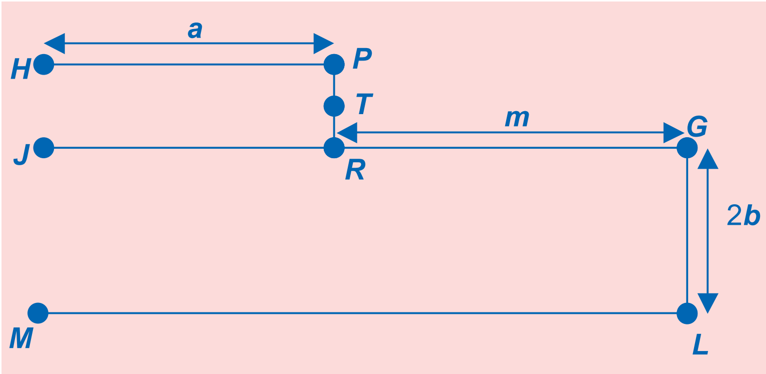
☐ $v = 2f$ ☐ $f = 2v$ ☐ $f = v : 2$

☐ $v = f : 2$ ☐ $f = \frac{v}{2}$

ii. Si Victoria tiene 12 estampillas y Jimena tiene el triple de las que tiene Florencia, ¿cuántas estampillas tiene Jimena?

102. En el dibujo están indicados los únicos caminos que comunican las casas de ocho amigos: Hugo, Pedro, Tamara, Roberta, Justino, Guido, Lautaro y María.

- La distancia entre las casas de Pedro y Roberta es la mitad de la distancia entre las de Guido y Lautaro.
- Tamara vive a la misma distancia de Pedro y de Roberta.
- Las viviendas de Hugo, Pedro, Roberta y Justina están ubicadas en los vértices de un rectángulo, al igual que las viviendas de Justino, Guido, Lautaro y María.



a) Marcá con una X las expresiones que te permiten calcular los siguientes recorridos.

i. Entre la casa de Hugo y la de Justino.

☐ $2\,(a + b)$ ☐ $2a + b : 2$ ☐ $2a + b$ ☐ $a + b : 2$

ii. Entre la casa de Hugo y la de Tamara.

☐ $(a + b) : 2$ ☐ $a + b : 2$ ☐ $a : 2 + b$ ☐ $a + b : 4$

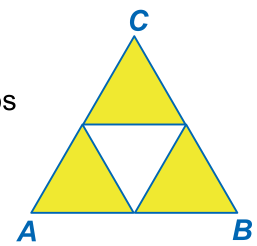
b)

i. María sale de su casa y recorre $a + 2m + 3b$, ¿a quién va a visitar?

ii. ¿Y si recorre $2\,(a + m) + 3b$?

c) Hugo recorre 360m para ir a lo de Guido y 320m para ir a lo de Justino. María vive a 300m de lo de Lautaro. ¿Cuántos metros recorre Roberta para ir a lo de Lautaro?

103. El triángulo ***ABC*** está formado por 4 triángulos equiláteros congruentes. Si el perímetro del triángulo ***ABC*** es 24cm, ¿cuál es el perímetro de la zona sombreada?



104. *En una ciudad hay 12 dentistas. Cada dentista atiende **por lo menos** a dos alumnos de una clase de 31 estudiantes y cada alumno es atendido por un único dentista. ¿Cuál es el **mayor** número de alumnos de esa clase que puede atender un único dentista?

105. Si c representa la edad que tiene Carmelo y Patricio tiene 6 años, expresá, en lenguaje coloquial, qué significa cada una de las siguientes expresiones:

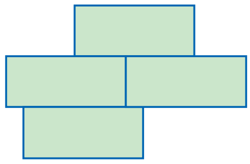
a) $6 < c$ **b)** $c = 3 . 6$ **c)** $c = 6 + 40$

106. Ordená, de menor a mayor, los números naturales p, q y r que cumplen:

a) $q < p$
$r = p + 3$

b) $p > q$
$q = r + 7$

107. La figura está formada por 4 rectángulos congruentes. El lado menor de cada rectángulo mide x y el mayor, el triple de lo que mide el menor.



a) Marcá con una X las expresiones que representan:

i. el área de la figura.

☐ $12x$ ☐ $4 . 3x^2$

☐ $12x^2$ ☐ $36x^2$

ii. el perímetro de la figura.

☐ $4 . 8x$ ☐ $32x$ ☐ $18x$ ☐ Ninguna de las anteriores.

b) Si x = 2cm, ¿cuánto miden el área y el perímetro de la figura?

108. Completá:

a) $p + 7 = 33$, entonces:

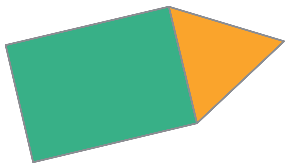
i. $p + 7 - 10$ = ... **ii.** $2 (p + 7) + 5$ = ...

b) $a.5 = 10$, $b.2 = 8$, entonces:

i. $10ab$ = ... **ii.** $10ab - b.2$ = ...

109. Si se conoce un número y su cuadrado, se puede calcular el producto de ese número por su siguiente sin realizar la multiplicación. ¿Cómo lo harías?

110. La figura está formada por un rectángulo y un triángulo equilátero. El área del rectángulo es 24cm^2. Las medidas de los lados de la figura son números naturales y su perímetro es un número impar.



a) ¿Cuáles son los posibles valores de la medida del lado del triángulo?

b) Si la medida del lado mayor del rectángulo no es múltiplo de 3, ¿cuál es el perímetro de la figura?

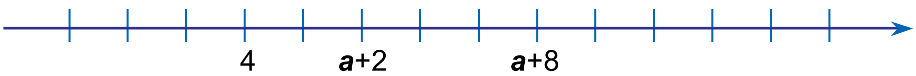
111. Un lado de un rectángulo mide m y el otro lo supera en 3. ¿Cuál es la expresión que te permite calcular el perímetro del rectángulo? *Marcala con una X.*

☐ $2 (2m + 3)$ ☐ $2m + 6$

☐ $4m + 3$ ☐ $4m + 6$

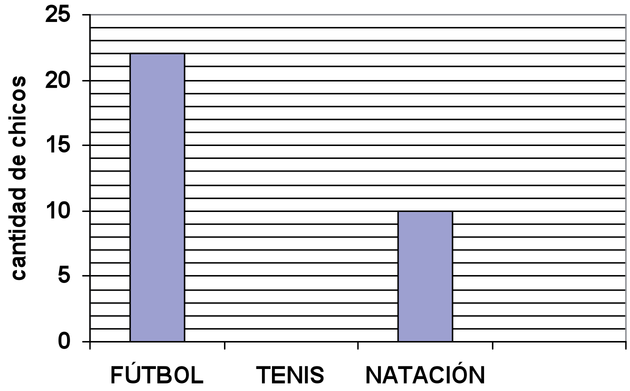
112.

a) Representá en la recta numérica el cero.



b) ¿Qué número representa a?

113. En una colonia se practica fútbol, tenis y natación.
En el gráfico falta la cantidad de chicos que practican tenis.



a) Si $\boldsymbol{F}$ es la cantidad de chicos que juegan fútbol, $\boldsymbol{T}$, la cantidad de los que practican tenis y $\boldsymbol{N}$, la de los que hacen natación, y se cumple que $F + T \leq 3N$, ¿cuál es la cantidad de chicos que puede practicar tenis?
b) Si, además, se cumple que $N - T < 3$, completá el gráfico.

114. Encontrá todos los valores de $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ para que el número de 5 cifras 63***a***4***b*** sea múltiplo de 4 y de 9 simultáneamente.

115. Se sabe que

$$\begin{array}{l|l} n & 7 \\ \hline r & r \end{array}$$

$n \neq 0$,

a) entonces:

☐ ***n*** es múltiplo de 7. ☐ ***n*** es múltiplo de 8.
☐ ***n*** es par. ☐ ***n*** es impar.

Marcá con una X la o las opciones correctas.
b) ¿Cuáles son los posibles valores de ***n*** si se sabe que, además, es múltiplo de 3?

116. * Encontrá un número natural, entre 620 y 680, que al ser dividido por 5, 7 ó 9, en los tres casos, se obtenga resto 2.

117.
a) Encontrá el mayor número natural menor que 100 que tenga sólo dos factores primos distintos, que sea par y múltiplo de 11.
b) * Encontrá el menor número natural mayor que cero que tenga tres divisores primos distintos, que sea par y múltiplo de 25.

118.
a) *Marcá con una X el o los números que sean **divisores** de 5000.

☐ 20000 ☐ 8 ☐ 10000 ☐ 12,5 ☐ 125

b) *Se quiere descomponer el número 5000 en **tres factores** naturales **distintos**. Cada factor **no** debe terminar en cero. Da una descomposición posible.

119.
a) ¿Cuál es el menor número múltiplo de 5 que al dividirlo por 11 da resto 1?
b) ¿Cuáles son los múltiplo de 3 que al dividirlo por 7 da cociente 23?

120. Si ***a*** es un número impar, ¿cuáles de los siguientes números son pares?
Marcalos con una X.

☐ $5a$ ☐ $7a - 3$ ☐ $a^2 + 2$ ☐ $a^2 + a$

Respuestas del bloque 1

1.	**a)** \$6 **b)** \$25
2.	35
3.	\$7
4.	**a)** Ver al final de la tabla. **b)** \$168, \$336 o \$504.
5.	\$71
6.	\$5000
7.	**a)** Dos a \$1500, tres a \$3000 y uno a \$2000.
8.	**a)** \$4 **b)** \$42
9.	Por ejemplo: **a)** 23 + 12 + 7 + 9 + 8 = (23 + 7) + (12 + 8) + 9 = 30 + 20 + 9 = 59 **b)** 13 . 5 . 3. 2 = (13 . 3) . (5 . 2) = 39 . 10 = 390 **c)** 12 . 35 = (10 + 2) . 35 = 10 . 35 + 2 . 35 = 350 + 70 = 420 **d)** 98 . 5 = (100 – 2) . 5 = 100. 5 – 2 . 5 = 500 – 10 = 490 **e)** 225 : 5 = (200 + 25) : 5 = 200 : 5 + 25 : 5 = 40 + 5 = 45
10.	Por ejemplo: **a)** 8 . 14 = 4 . 2 . 14 = 4 . 28 = 112 **b)** 7 . 14 = (8 – 1) . 14 = 8 . 14 – 1 . 14 = 4 . 2 . 14 – 14 = 112 – 14 = 98 **c)** 9 . 14 = (8 + 1) . 14 = 8 . 14 + 1 . 14 = 4 . 2 . 14 + 14 = = 112 + 14 = 126 **d)** 12 . 14 = 6 . 2 . 14 = 6. 28 = 168
11.	2 . 113 + 2 . 62 – 45 : 5 y (113 + 62). 2 – 45 : 5
12.	**a)** 3 . 19 = 3 . (20 – 1) = 3 . 20 – 3 . 1 = 60 – 3 = 57 **b)** 5 . 31 = 5 . (30 + 1) = 5 . 30 + 5 . 1 = 150 + 5 = 155 **c)** 6 . 65 = 2 . 3 . 65 = 2 . 195 = 390 **d)** 2 . 54 = 4 . 54 : 2 = 216 : 2 = 108
13.	**a)** 36 …… 1 **b)** 387 …… 1 **c)** 24 …… 1 72 …… 2 774 …… 2 48 …… 2 144 …… 4 1548 …… 4 96 …… 4 288 …… 8 3096 …… 8 192 …… 8 576 …… 16 192 …… 16 384 …… 16 1152 …… 32 12384 …… 32 768 …… 32 **a)** 36 . 21 = 576 + 144 + 36 = 756 **b)** 387 . 17 = 6192 + 387 = 6579 **c)** 24 . 24 = 384 + 192 = 576
14.	Sí, porque como 15 = 10 + 5 = 10 + 10 : 2, entonces multiplicar cualquier número por 15 es equivalente a multiplicarlo por 10 y, luego, sumarle la mitad del resultado de haberlo multiplicado por 10.
15.	Carla y Fernando.
16.	**a)** Por ejemplo: (500 – 2) . 18 **b)** Por ejemplo: 76 . (20 + 1) **c)** Por ejemplo: (10 + 2) . 75
17.	**a)** 11 . 43 = (10 + 1) . 43 = 10 . 43 + 1. 43 = 430 + 43 = 473 **b)** 15 . 430 = 15 . 43 . 10 = (10 + 5) . 43 . 10 = (10 . 43 + 5 . 43) . 10 = = (430 + 215) . 10 = 645 . 10 = 6450 **c)** 17 . 43 = (10 + 7) . 43 = 10 . 43 + 7 . 43 = 430 + 301 =731 **d)** 29 . 43 = (20 + 9) . 43 = 20 . 43 + 9 . 43 = 2 . 10 . 43 + 387 = = 2. 430 + 387 = 860 + 387 = 1247 **e)** 34 . 43 = (30 + 4) . 43 = 30 . 43 + 4 . 43 = 3 . 10 . 43 + 172 = 3. 430+ 172 = 1290 + 172 = 1462

18.	**a)** 33 **b)** 4 **c)** 16 **d)** 15
19.	6 . 5 – 2 : 2 + 1 = 28 6 . (5 – 2) : (2 + 1) = 30 6 . 5 – (2 : 2 + 1) = 25 6 . (5 – 2 : 2) + 1 = 6
20.	**a)** \$46 **b)** 25 + 9 . 3 – 6
21.	**a)** 164 **b)** 120 – 120 : 3 + 20 . 5 – 33 + 17
22.	**a)** 80m **b)** Blanca y Cecilia. **c) i.** 314m **ii.** 420 – 26 – 240 + 160, 420 – (26 + 240) + 160 y 420 – 26 – (240 – 160) **d)** De Blanca.
23.	**a)** 6 . (2 + 6) : 2 + 1 = 25 **b)** 6 . 2 + 6 : (2 + 1) = 14 **c)** 6 . (2 + 6 : 2) + 1 = 31
24.	**a)** Por ejemplo: 3 : 3 – 3 : 3 = 0 **b)** Por ejemplo: 3 – 3 + 3 : 3 = 1 **c)** Por ejemplo: 3 : 3 + 3 : 3 = 2 **d)** Por ejemplo: 3 . 3 – 3 – 3 = 3
25.	Ver al final de la tabla.
26.	**a)** El doble de 24 disminuido en la mitad de 6. (24 – 2 . 6) : 2 La mitad de 24 disminuida en el doble de 6. 2 . 24 – 6 : 2 El doble de: 24 disminuido en la mitad de 6. 2 . (24 – 6 : 2) La mitad de: 24 disminuido en el doble de 6. 24 : 2 + 2 . 6 **b)** (24 – 2 . 6) : 2 = 6 2 . 24 – 6 : 2 = 45 2 . (24 – 6 : 2) = 42 24 : 2 – 2 . 6 = 0
27.	**a)** [ ] 2.(15 – 5) [D] 2.15 – 5 [ ] 15 + 25 : 5 [N] 2.15 – 8 [F] (15 + 25) : 5 [M] 2.(15 – 8) **b)** 84 caramelos
28.	**a)** $2 . 5^2 – 2 . 4$, $2 . (5^2 – 4)$ y $2 . 5^2 – 2^3$. **b) i.** 8^2 **ii.** 7^6 **iii.** 5^3 **iv.** 10^4 **c)** $2^4 . 2^2 =$ 13 $2^5 : 2^3 =$ 64 $3^2 . 2^3 =$ 72 $3^3 : 3 + 2^2 =$ 4
29.	Ver al final de la tabla.
30.	**a) i.** $\sqrt{9} = 3$, porque $3^2 = 9$. **ii.** $\sqrt{64} = 8$, porque $8^2 = 64$. **b) i.** 14 **ii.** 10 **iii.** 2 **iv.** 4 **v.** 12 **vi.** 12
31.	Ver al final de la tabla.
32.	**a) i.** 27 **ii.** 21 **iii.** 81 **iv.** 119 **v.** 3 **b)** [iii] $(10 + 1 – 4 : 2)^2$ [ ] $\frac{(10+1)^2 - 4}{2}$ [ii] $(31 + 3.4 – 1) : 2$ [v] $\sqrt{10 + 1 – 4 : 2}$ [iv] $(10 + 1)^2 – 4 : 2$ [ ] $(31 + 3.4) : 2 – 1$ [ii] $\frac{31 + 3.4 - 1}{2}$ [i] $(31 – 1) : 2 + 3.4$ [iv] $(10 + 1)^2 - \frac{4}{2}$ [ ] $\left(\sqrt{10 + 1 – 4}\right) : 2$
33.	**a)** Ver al final de la tabla. **b) i.** \$640 **ii.** \$24320 **iii.** 80000
34.	**a)** 4 partidos **b)** 12 partidos **c)** Ver al final de la tabla. **d)** Los Tigres deben ganar y La Murga debe perder o empatar.
35.	**a)** 40cm **b)** 1350cm^2

36.	784 cm^2
37.	200 m^2
38.	150 cm
39.	60 m
40.	12 cm
41.	164 cm^2
42.	**a)** 180 cm **b)** 72 cm^2
43.	El triple del siguiente de ***a***. El siguiente del triple de ***a***. El anterior de ***a*** aumentado en el doble de 7. El anterior de 7 disminuido en el doble de ***a***. El siguiente del doble de ***a*** disminuido en 7. El doble del anterior de ***a*** aumentado en 7. $3\boldsymbol{a}+1$ $\boldsymbol{a}-1+2.7$ $7-1-2\boldsymbol{a}$ $2\boldsymbol{a}+1-7$ $3(\boldsymbol{a}+1)$ $2(\boldsymbol{a}-1)+7$
44.	**a)** $2\boldsymbol{b}-\frac{8}{2}$ y $2\boldsymbol{b}-8:2$. **b)** $4\boldsymbol{n}+\boldsymbol{n}-1+1$
45.	**a)** 3 (***p*** + 8) : 2 y 3 (***p*** : 2 + 4).
46.	**a) i.** $211-\boldsymbol{n}.3$ y $211-3\boldsymbol{n}$ **ii.** \$103 **b) i.** $7(\boldsymbol{m}+12)+60$ y $7\boldsymbol{m}+7.12+60$ **ii.** \$214 **c) i.** 120***c*** – 10.12 y 10 (12***c*** – 12) **ii.** \$120 **d) i.** 3***m*** + ***m*** + ***m*** : 2 **ii.** Tienen 405 figuritas entre los tres. Martina tiene 90 figuritas, Damiana tiene 45 y Conrado, 270 figuritas.
47.	Ver al final de la tabla.
48.	**a)** 12 m^2 **b)** 108 m^2
49.	**a)** 11, 12, 13, 14, 15 o 16. **b)** $11 \le \boldsymbol{h} < 17$, $10 < \boldsymbol{h} \le 16$, y $\boldsymbol{h} \le 16$ y $\boldsymbol{h} > 10$. **c)** 11 hamburguesas
50.	4, 5, 6, 7, 8 o 9.
51.	$\boldsymbol{F} \le 38$
52.	El doble de ***a*** es a lo sumo 20. El doble de ***a*** es 20. El doble de ***a*** es por lo menos 20. El doble de ***a*** supera a 20. El doble de ***a*** es menor que 20. $2\boldsymbol{a} > 20$ $2\boldsymbol{a} \ge 20$ $2\boldsymbol{a} \le 20$ $2\boldsymbol{a} < 20$ $2\boldsymbol{a} = 20$
53.	**a)** $\boldsymbol{p} < \boldsymbol{r} < \boldsymbol{q}$ **b)** $\boldsymbol{q} < \boldsymbol{r} < \boldsymbol{p}$
54.	**a)** Las edades de Alicia y Betina suman 25 años. **b)** Alicia es menor que Betina. **c)** La edad de Betina es menor que tres veces la de Alicia. (15 años) **d)** La edad de Betina y la de Alicia difieren en 5 años. **e)** Betina es 5 años mayor que Alicia.
55.	**a)** $>$ **b)** $=$ **c)** $<$ **d)** $>$ **e)** $=$
56.	**a) i.** 51, 52, 53, 54, 55 o 56. **ii.** 5, 6 o 7. **iii.** 2, 3, 4, 5 o 6. **b)** 100, 101, 102, 103, 104 o 105.
57.	Ver al final de la tabla.
58.	Ver al final de la tabla.
59.	**a)** Ver al final de la tabla. **b)** ***r*** = 60 y ***t*** = 140. **c)** Ver al final de la tabla.
60.	Ver al final de la tabla.
61.	**a)** 5 carros **b)** No, habrían usado la misma cantidad de carros, o sea, 5.
62.	**a)** 15 cajones **b)** 29 cajones
63.	**a)** 23 bolsas **b)** 9 bolsitas

64.	**a)** Ver al final de la tabla. **b)** 18, 19 o 20.
65.	El dividendo es 27, el cociente, 3 y el resto es 6.
66.	**a)** 100, 101, 102 o 103. **b)** 3
67.	**a)** 3 **b)** 2
68.	**a)** 1, 3, 11 y 33. **b)** 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35 y 70. **c)** 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30. **d)** 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 45, 30 y 90.
69.	60
70.	45 cajas de 5 tazas cada una, 25 cajas de 9 tazas cada una o 15 cajas de 15 tazas cada una.
71.	45
72.	No es múltiplo de 5.
73.	**a)** Falso, porque el resto de la división por 5 es distinto de cero. **b)** Verdadero, porque 105 = 7 . 15. **c)** Falso, porque 4,5 no es un número natural.
74.	1, 2, 3, 6 y 9.
75.	Mariela tiene razón. Por lo que dice Patricio debería cumplirse que 73 = ***n*** . 7 + 10, con lo cual 73 – 10, o sea, 63, sería múltiplo de 7. En consecuencia, el valor de ***n***, es decir, del divisor, sería 9. Luego, si el divisor es 9, el resto no puede ser 10, ya que en una división entera el resto no puede ser mayor que el divisor.
76.	**a)** Sí. **b)** Sí. **c)** Sí.
77.	Hay dos posibilidades: ***a*** = 9 o ***a*** = 18.
78.	Ver al final de la tabla.
79.	**a)** ***a*** = 3 y ***b*** = 0, o ***a*** = 7 y ***b*** = 5. **b)** ***a*** = 1 y ***b*** = 2, o ***a*** = 8 y ***b*** = 6.
80.	**a)** 73854 **b)** 93819 **c)** 8728
81.	**a)** 2 **b)** 11
82.	**a)** 7 **b)** 2 **c)** 1 **d)** 0
83.	**a)** La que tiene el 0. **b) i.** La que tiene el 1. **ii.** Por ejemplo: elegí un número que no sea primo ni compuesto o elegí un número que tenga un único divisor.
84.	**a)** $2^2 . 3^3$ **b)** $2^3 . 3 . 17$ **c)** $2^3 . 3^2 . 7$
85.	211
86.	**a)** 3125 **b)** 729 **c)** 875
87.	**a)** Por ejemplo: 2 y 5. No son los únicos, porque la suma entre, por ejemplo, 2 y 11 también es un número primo. **b)** 2 y 3. Sí son los únicos, porque si dos números naturales son consecutivos, entonces uno de ellos es par y el único par primo es el 2. **c)** 2187
88.	17
89.	Porque es múltiplo de 3.
90.	**a)** 1 **b)** Por ejemplo: 2. **c)** Por ejemplo: 9. **d)** Por ejemplo: 6.
91.	**a) i.** 23 **ii.** 21 **b)** Por ejemplo: 1. Hay infinitas posibilidades, ya que el valor de ***b*** puede ser cualquier número natural. **c)** 32, 36, 40 y 44.
92.	350 . (300 – 25 – 20) + 200 . 25 – 60000 y 350 . 255 + 200 . 25 – 60000

93.	**a)** Pedro obtuvo 41 puntos, Carla, 29 puntos, Matías obtuvo 18 puntos y Justina, 36 puntos. **b)** [C] 4 . (10 – 3) + 1 [ ] 4 . (10 – 3 + 1) [P] 4 . (10 + 1) – 3 [M] $4^2 - 1 + 3$ [J] $(4 + 3 - 1)^2$ [ ] $(4 + 3)^2 - 1$ **c)** Ver al final de la tabla.
94.	**a)** < **b)** = **c)** > **d)** =
95.	34 páginas
96.	60 lamparitas
97.	**a)** V, porque 2 . 24 = 2 . (20 + 4) = 2 . 20 + 2 . 4. **b)** F, pues 2 . 24 ≠ 2 . 20 + 4 por el ítem **a)**. **c)** V, ya que 2 . 24 = 2. (25 – 1) = 2 . 25 – 2 . 1. **d)** V, porque 38 : 2 = (30 + 8) : 2 = 30 : 2 + 8 : 2. **e)** F, pues 74 : 2 = (70 + 4) : 2 = 70 : 2 + 4 : 2 y 70 : 2 + 4 : 2 ≠ 70 : 2 + 4. **f)** V, ya que 96 : 2 = (100 – 4) : 2 = 100 : 2 – 4 : 2.
98.	**a)** 22 personas **b)** 13 personas **c)** 10 personas
99.	**a)** 5 **b)** 26 **c)** 106 **d)** 8
100.	**a)** $7p - 6$ **b)** $36
101.	**a)** 6, 7, 8, 9, 10, 11 o 12. **b)** $f > 5$ y $f \leq 12$, $5 < f \leq 12$, y $6 \leq f \leq 12$. **c)** **i.** $v = 2f$, $f = v : 2$ y $f = \frac{v}{2}$. **ii.** 18 estampillas
102.	**a)** **i.** $2a + b$ **ii.** $a + b : 2$ **b)** **i.** A Pedro. **ii.** A Hugo. **c)** 290 m
103.	36 cm
104.	9 alumnos
105.	**a)** Patricio es menor que Carmelo. **b)** La edad de Carmelo es el triple de la de Patricio. (6 años) **c)** Carmelo tiene 40 años más que Patricio.
106.	**a)** **q < p < r** **b)** **r < q < p**
107.	**a)** **i.** $4 . 3x^2$ y $12\,x^2$. **ii.** $18\,x$ **b)** El área mide 48 cm^2 y el perímetro, 36 cm.
108.	**a)** **i.** 23 **ii.** 71 **b)** **i.** 80 **ii.** 72
109.	Si a representa el número que se conoce y a^2 representa su cuadrado, como $a . (a + 1) = a^2 + a$, entonces se puede calcular el producto del número por su siguiente sumándole al número su cuadrado.
110.	**a)** 1 cm o 3 cm. **b)** 25 cm
111.	$2\,(2m + 3)$ y $4m + 6$.
112.	**a)** Ver al final de la tabla. **b)** 6
113.	**a)** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 u 8. **b)** 8 chicos practican tenis.
114.	$a = 5$ y $b = 0$, $a = 1$ y $b = 4$, o $a = 6$ y $b = 8$.
115.	**a)** n es múltiplo de 8 y n es par. **b)** 24 o 48.
116.	632
117.	**a)** 88 **b)** 150
118.	**a)** 8 y 125. **b)** Por ejemplo: 8 . 5 . 125.
119.	162 y 165.
120.	$7a - 3$ y $a^2 + a$.

4. a)

	Cantidad de artículos comprados			
Comprador	**Remeras**	**Pantalones**	**Pares de zapatillas**	**Gasto total**
Alexis	3	1	2	**$382**
Julia	4	**2**	1	$388
Pedro	**3**	**3**	1	$434

25.

14	**–**	**24**	**:**	**4**	**=**	**8**
–		**:**		**–**		**+**
4	**+**	**2**	**:**	**1**	**=**	**6**
:		**+**		**.**		**–**
2	**+**	**4**	**.**	**2**	**=**	**10**
=		**=**		**=**		**=**
12	**–**	**16**	**:**	**2**	**=**	**4**

29.

a	b	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	$(a + b)^2$
2	3	**4**	**9**	**13**	**25**
8	0	**64**	**0**	**64**	**64**
4	6	**16**	**36**	**52**	**100**

31.

a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a + b}$
16	9	**4**	**3**	**7**	**5**
49	0	**7**	**0**	**7**	**7**
144	25	**12**	**5**	**17**	**13**

33. a)

Edad	12	13	14	15	16	17	18	Total
Cantidad de alumnos	**5**	12	21	**27**	32	**30**	**15**	142

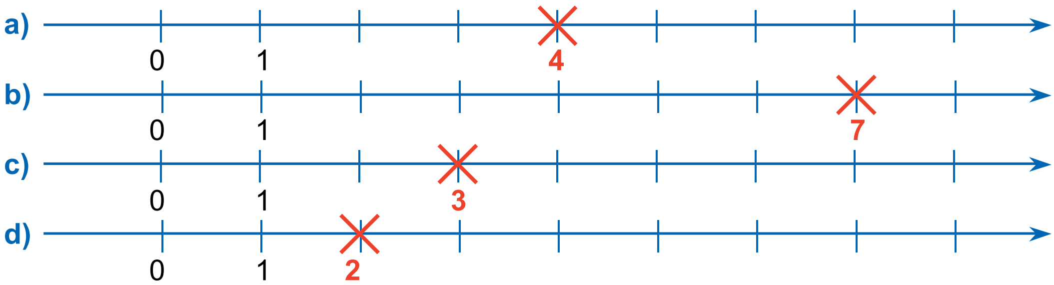
34. c)

Equipos	Partidos Ganados	Partidos Empatados	Partidos Perdidos	Puntaje
Changüí	1	0	3	3
La Murga	3	1	0	10
Los Volcanes	1	1	2	4
Los Despistados	2	1	1	7
Los Tigres	3	0	1	9
Papanatas	0	2	2	2

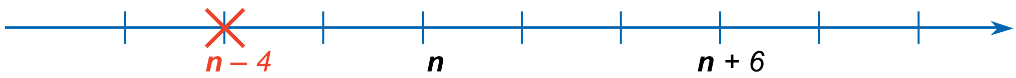
47.

a	*b*	Área del rectángulo	Perímetro del rectángulo
2	4	36	24
3	1	27	24
4	2	48	32
5	0	30	34

57.

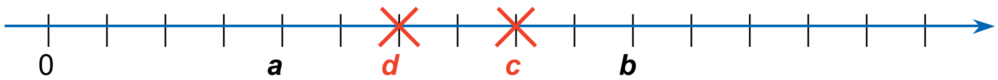


58.

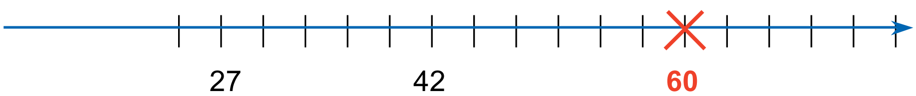


59.

a)



c)

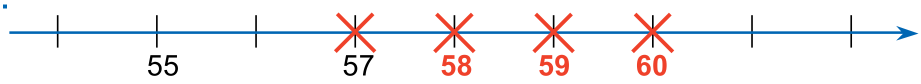


60.

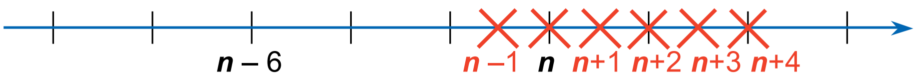
a) **i.**



ii.



b)



64. a)

38	7
3	5

7	38
7	0

76	6
4	12

78.

	es múltiplo de							
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**9**	**10**	**11**
222	X	X			X			
2222	X							X
216	X	X	X		X	X		
156	X	X	X		X			
165		X		X				X
1221		X						X
2112	X	X	X		X			X
9130	X			X			X	X

93. c)

Alumnos	**Nota del escrito**	**Nota del coloquio**	**Puntaje total**
Pedro	41	41	82
Carla	29	38	67
Matías	18	39	57
Justina	36	40	76

112.
a)

